数学思维训练

小学数学思维训练经典题组

（四年级第3册修订版）

刘育涛　编　著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

小学数学思维训练经典题组. 四年级. 第 3 册 / 刘育涛编著. —修订本. —北京：电子工业出版社，2016.1

ISBN 978-7-121-28092-4

Ⅰ. ①小… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①小学数学课—习题集 Ⅳ. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 012065 号

策划编辑：孙清先

责任编辑：郝黎明

印　　刷：

装　　订：

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036

开　　本：787×1 092　1/16　印张：10　字数：224 千字

版　　次：2016 年 1 月第 1 版

印　　次：2016 年 1 月第 1 次印刷

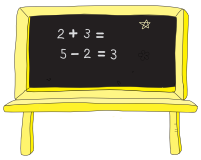
定　　价：31.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

序　言



郑州的平行线教育是近年来办学成绩卓著的一所课外培训学校，在2014年“华罗庚金杯”少年数学邀请赛中，其学员囊括了郑州市初中组前十名中的九名，小高组前十名中的八名。在《大河报》上经常可以看到有关平行线教育的相关报道。平行线的数学教育为补充和提高基础教育做出了良好的成绩，为中学教育选拔和培养了一批又一批优质的幼苗，获得了学生、家长、社会的好评。

平行线这所年轻的培训学校，这样一批年轻的教师之所以创出了这样的业绩，靠的是正确的育人理念、拼搏奋斗的团队精神和精益求精的敬业精神；靠的是努力学习钻研，吸取百家之长，转化为自己经验的包容精神，脚踏实地地落实在集体备课、教材建设等基础建设之上。

平行线的数学教学遵循着“现实是基础，兴趣引入门，思维是核心，证明是灵魂”的理念，补充和完善了当前中小学数学基础教育中的不足，体现了高质量的数学素质教育。

每个中小学生都有自己的梦，正是每个人的梦汇集成了伟大的民族梦、中国梦。中国要成为世界第一流的强国，人才的培养是关键。而数学是人才培养中极为重要的基础学科。数学是锻炼思维的体操，是打开科学大门的钥匙，是攀登科学高峰的天梯。青少年时期学好数学、喜爱数学，与实现伟大中国梦的大方向完全一致，还是俗话说的好，学好数理化，建设祖国本领大！

平行线教育编写的“数学思维训练”丛书，值得有志于学好数学的同学选读。读一读、算一算，想一想、做一做，希望通过学习能提高你的成绩，从中

还可以体会“成绩是开始，品格是永远”的道理。

华罗庚说：“学习科学时，必须掌握知难而进的原则。”

数学家的经验之谈：数学是算懂的，而不是看懂的，当然更不是听懂的。请你记住数学界流传的一句话，“上帝就在细节中！”

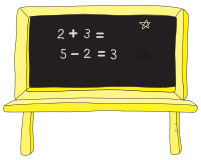
我们坚信，每个人都可以通过刻苦努力学好数学，变得更加聪明！

首都师范大学数学科学学院

周春荔

2014 年 6 月 10 日

前　言



目前，很多家长和中学生只关注中考、高考。因为对于学生而言，这是他们升学的唯一途径，是进入高等院校的独木桥。但对于很多优秀的孩子来说，这远远不够。名校的自主招生，国内外的数学竞赛等都会为他们开辟更为广阔的天地，让他们有更大的作为。尤为重要的是，数学思想、科学思维体系的构建会让他们受益终身。近几年北大、清华、复旦等 985 高校的自主招生比例逐年加大，这部分学校对学生在数学方面的要求也越来越高。为了更好地帮助这些在数学方面有梦想的孩子，本书应运而生。

本书的编写，以中考、名校自主招生、国内外竞赛所需求的能力为导向，而不是简单地割裂它们之间的联系，它具有以下几个特点。

第一，在构建知识体系的基础上更注重构建孩子的思维体系。

本书注重讲解基础的数学知识与数学方法，先构建一个知识的平台，彻底夯实学生的基本功。在此基础上，通过多种变式，多个视角，去培养孩子思考问题的习惯，进而形成科学的思考习惯，而这种习惯又会帮助孩子提高对知识体系的认识，形成一个良性循环的学习状态。

第二，突出题组设计 —— 不同的难度，同样的方法。

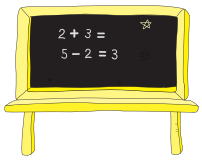
从基础题组入手，通过提出反问题、特殊问题一般化、数量关系复杂化，把问题放在不同背景下，将问题与数论等其他知识相结合，层层拔高，环环相扣，难度不同，却多题归一，本质的方法是一样的。让孩子在获得成就感的同时体会到数学的巨大魅力。

“技巧”是工具，“思路”是能力，建议师生朋友在使用本书的过程中，不仅关注“解题技巧”，更要关注“解题思路”，即使题目披着各种“外衣”，我们也能够找出解题的方法，进而打破只会做原题的“怪圈”。

虽然我们追求精益求精，但难免会有不当的地方，恳请各位同行、广大的师生朋友提出您宝贵的意见。

平行线教育　刘育涛　韩涛　刘丽娟

目　录



第一讲　方法课综合 …… 1
预习 …… 1
新课 …… 3
组一 …… 3
组二 …… 9
组三 …… 10
家庭作业 …… 12
学习笔记 …… 13
第二讲　鸡兔同笼（二） …… 14
预习 …… 14
新课 …… 17
组一 …… 17
组二 …… 21
组三 …… 23
家庭作业 …… 25
学习笔记 …… 27
第三讲　定义新运算 …… 28
预习 …… 28
新课 …… 30
组一 …… 30
组二 …… 34
家庭作业 …… 37
学习笔记 …… 38
第四讲　几何（四） …… 39

预习 …… 39
新课 …… 40
组一 …… 40
组二 …… 45
**组三 …… 49
家庭作业 …… 52
学习笔记 …… 53

第五讲 等比数列 …… 54

预习 …… 54
新课 …… 55
组一 …… 55
*组二 …… 60
家庭作业 …… 61
学习笔记 …… 63

第六讲 盈亏问题（二） …… 64

预习 …… 64
课前游戏 …… 65
新课 …… 66
组一 …… 66
组二 …… 68
**组三 …… 72
家庭作业 …… 75
学习笔记 …… 77

第七讲 平均数（二） …… 78

预习 …… 78
新课 …… 79
组一 …… 79
组二 …… 84
家庭作业 …… 89
学习笔记 …… 92

第八讲 巧解行程 …… 93

预习 …… 93
新课 …… 94
组一 …… 94
组二 …… 98
家庭作业 …… 102

学习笔记 …… 104
第九讲　环形行程 …… 105
预习 …… 105
新课 …… 106
组一 …… 106
组二 …… 111
家庭作业 …… 114
学习笔记 …… 116
第十讲　抽屉原理 …… 117
预习 …… 117
新课 …… 118
组一 …… 118
组二 …… 122
家庭作业 …… 127
学习笔记 …… 128
第十一讲　分数的初步认识 …… 129
预习 …… 129
新课 …… 130
组一 …… 130
组二 …… 132
组三 …… 133
家庭作业 …… 135
学习笔记 …… 136
第十二讲　奇偶分析（二） …… 137
预习 …… 137
新课 …… 138
组一 …… 138
组二 …… 141
家庭作业 …… 146
学习笔记 …… 148

平行线教育小学数学课程体系

二年级

一、计算
1. 加法与减法
2. 加减法计算技巧
3. 乘法与除法

二、数列与数表
1. 找规律

三、应用题与代数
1. 等量代换与等式性质四则运算综合
2. 移多补少

四、组合问题
1. 枚举法含树形图
2. 图形操作趣题
3. 图论问题（一）

五、几何
1. 图形认知
2. 长度问题

六、数学思想与方法
1. 动手操作

三年级

一、计算
1. 乘除法巧算
2. 四则运算综合

二、数列与数表
1. 找规律
2. 等差数列

三、应用题与代数
1. 认识倍数归一法
2. 和倍与差倍
3. 和差问题
4. 年龄问题
5. 盈亏问题
6. 鸡兔同笼问题

四、组合问题
1. 枚举法含树形图
2. 周期问题
3. 加法与乘法原理
4. 标数法
5. 组合最值趣题（一）
6. 逻辑推理
7. 数字谜（一）（二）（五）
8. 必胜策略问题

五、数论问题
1. 位值原理与进位制
2. 带余数的除法

六、几何
1. 长度问题
2. 图形计数
3. 格点与割补

七、数学方法与思想
1. 寻找不变量
2. 分类与分步
3. 有序与无序
4. 对应
5. 还原
6. 动手操作

四年级

一、计算
1. 多位数计算（大数计算）
2. 数列计算（一）
3. 定义新运算

二、数列与数表
1. 数表（一）
2. 斐波纳契数列
3. 等比数列

三、应用题与代数
1. 间隔与方阵问题
2. 鸡兔同笼问题
3. 平均数问题
4. 用字母表示数
5. 方程解应用题

四、行程问题
1. 行程问题的基本数量关系与平均速度
2. 相遇与追及
3. 多次相遇与追及
4. 多人相遇与追及

五、组合问题
1. 加法与乘法原理
2. 图论问题（一）
3. 奇偶分析
4. 组合最值趣题（一）
5. 抽屉原理
6. 容斥原理
7. 排列与组合
8. 体育比赛中的数学问题
9. 数字谜（三）（五）

六、数论问题
1. 整除（一）（二）
2. 质数与合数（一）

七、几何
1. 角度问题
2. 三角形与四边形的面积计算：面积公式推导
3. 图形分割技巧

八、数学思想与方法
1. 寻找不变量
2. 分类与分步
3. 还原
4. 分组与配对
5. 整体与局部
6. 借来还去
7. 找隐含条件
8. 倒序相加错位相减
9. 特殊到一般
10. 组合中特殊方法

五年级

一、计算
1. 小数计算
2. 定义新运算
3. 比较与估算

二、数列与数表
1. 数表（二）

三、应用题与代数
1. 方程解应用题
2. 多元一次方程组
3. 统计问题
4. 牛吃草问题

四、行程问题
1. 环形跑道问题
2. 流水行船问题
3. 火车问题
4. 典型行程

五、组合问题
1. 逻辑推理
2. 数字谜（四）（五）（六）
3. 极端分析法
4. 组合最值趣题（二）（三）
5. 存在与可行性问题
6. 算两次
7. 归纳与递推
8. 图论问题（二）

六、数论问题
1. 带余数的除法
2. 同余
3. 最大公约数与最小公倍数
4. 完全平方数
5. 不定方程
6. 数的分拆

七、几何
1. 等积变形（一）（二）
2. 图形变换
3. 面积差问题
4. 利用容斥关系解面积问题
5. 多面体计算
6. 展开图与三视图综合应用

八、数学思想与方法
1. 寻找不变量
2. 数形结合
3. 对应
4. 化归
5. 极端元素与极端情况分析法
6. 缩小包围圈
7. 构造与论证（含反证法）
8. 数论分析法
9. 设而不求

六年级

一、计算
1. 分数基本计算
2. 数列计算（二）

二、应用题与代数
1. 和差倍分问题
2. 比和比例
3. 整数型应用题
4. 工程问题
5. 浓度问题
6. 经济问题
7. 钟面问题
8. 应用题综合

三、行程问题
1. 变速问题
2. 用不等式求解某些行程问题
3. 用数论方法求解某些行程问题

四、组合问题
1. 数字谜（三）（七）
2. 算两次
3. 图论问题（二）
4. 染色法
5. 操作问题
6. 必胜策略问题
7. 概率问题

五、数论问题
1. 高斯记号

六、几何
1. 等积变形（三）
2. 勾股定理
3. 圆与扇形面积计算
4. 旋转体计算
5. 几何极值

七、数学思想与方法
1. 缩小包围圈
2. 构造与论证（含反证法）
3. 数论分析法

第一讲

方法课综合

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 生活中的对应法

B. 整体思想巧解数字与图形

C. 设具体的值

（2）前铺知识

A. 对应法解题　　（三年级 · 秋季）

B. 整体思想　　（三年级 · 春季）

C. 设具体值　　（四年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 分数简算　　（六年级 · 秋季）

B. 几何（十四）　　（六年级 · 秋季）

C. 经济问题　　（六年级 · 秋季）

聪慧之路

A. 对应法解题

B. 整体思想的应用

C. 设具体值

课前加油站

（1）8 个人打淘汰赛决出冠军，一共要打多少场比赛？100 个人打淘汰赛决出冠军，一共要打多少场比赛？n 个人呢？

（2）一个长方形的长是 30cm，从一端剪掉一个最大的正方形后，剩下一个小长方形. 求这个小长方形的周长.

（3）平平上山速度是 40 米/分钟，下山速度是 60 米/分钟，求平平上下山的平均速度.

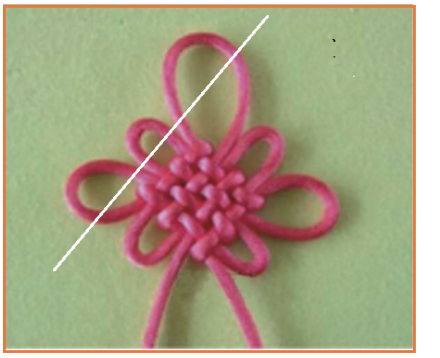
新　课

组　一

*对应法解题

将难以计数的数量与某种可计量的事物联系起来，只要能建立一对一或一对多的关系，便能达到简单计数的目的.

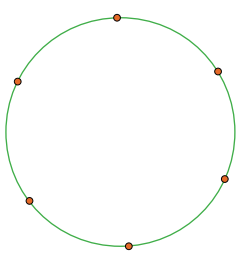
1. 如下图是一根绳子编成的中国结，被平平沿图中直线一刀剪断，问现在变成了几根绳子？



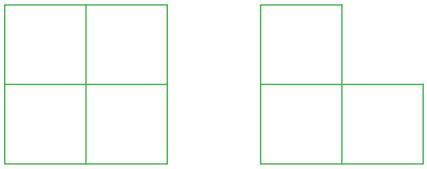
2．一根长绳，将它对折，再对折，一共对折 3 次得到一线束．用剪刀将得到的线束剪成 2 等份．问：得到绳段共有多少根？

3．20 名同学，选 18 名做游戏，有多少种选法？

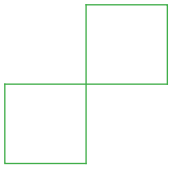
4．圆周上有 6 个点，以其中 4 个点为端点的四边形共有多少个？



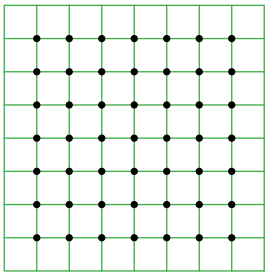
5. 在 2×2 的方格棋盘上取“ L ”形的三个小方格，有多少种取法？

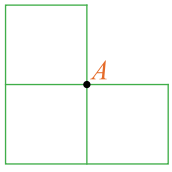


6. 在 3×3 的方格棋盘上取两个小方格，这两个小方格构成的图形如下图所示，它们有一个公共点，而且方向不可转动. 问有多少种不同的取法？如果方向可以转动有多少种取法？



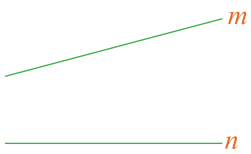
7. 在 8×8 的方格棋盘中，取出一个由三个小方格组成的“ L ”形（如下图），一共有多少种不同的方法？





*8. 如下图有两直线 m、n.

（1）在直线 m 上有 2 个点，在直线 n 上有 3 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之间最多形成多少个交点？



（2）在直线 m 上有 3 个点，在直线 n 上有 10 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之间最多形成多少个交点？

（3）在直线 m 上有 x 个点，在直线 n 上有 y 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之间最多形成多少个交点？

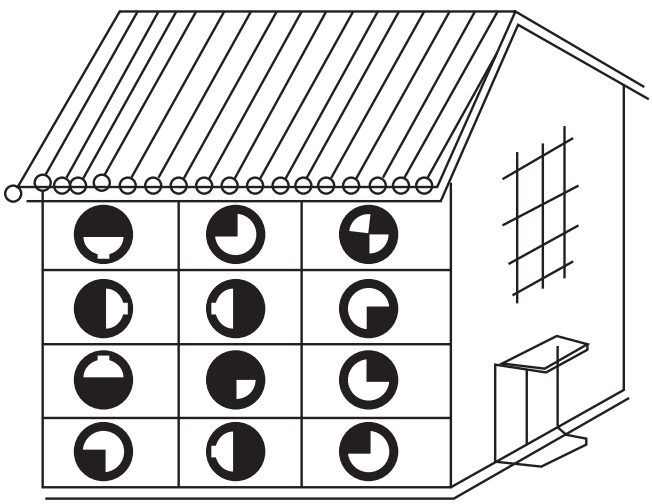
（4）在直线 m 上有 2 个点，在直线 n 上有 3 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之外最多形成多少个交点？

（5）在直线 m 上有 3 个点，在直线 n 上有 10 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之外最多形成多少个交点？

（6）在直线 m 上有 x 个点，在直线 n 上有 y 个点，把两条直线上所有的点用直线相连，问直线 m 和线 n 之外最多形成多少个交点？

开心课间

下图是一所小学的科技数，它有 4 层，正面每层的三个圆形窗户由左向右表示一个三位数，这些三位数是：837、571、206、439，但是不知道这四个数和哪一层的窗户对应，请你观察一下，然后画出表示 2008 的四个窗户 .



组二

*整体思想

1．计算（2+3+4+…+2012+2013）-（1+2+3+4+…+2012）.

2．一个长方形长 70 厘米，从这个长方形一端裁去一个最大的正方形，求剩下长方形的周长.

3．有甲、乙两种商品，如果买甲 3 件、乙 1 件共需 46 元；买甲 1 件、乙 3 件共需 58 元. 那么甲、乙各买一件共需_____元.

4. 正方形的林场里面有白杨树和榆树. 小明从树林的西南角走入树林往东，见到一株白杨树就往北走，见到一株榆树就往东走，最后，小明走到了东北角上，共走了 2000 米. 问正方形林场的面积是多少平方米？

5. 在一些全等正三角形的顶点上，按任意次序分别写上数字 1，2，3. 把这些三角形叠在一起，使它们的顶点重合，能否使得在每个顶点上的各数之和都等于 7？

组 三

*设具体值

1. 男生人数是女生人数的 2 倍，男生平均分为 75 分，女生平均分为 87 分，全班平均分是多少分？

2．汽车往返在甲、乙两地之间，从甲地去乙地时，每小时行 30 千米；从乙地返回甲地时，每小时行 60 千米．求汽车往返于甲、乙两地之间的平均速度．

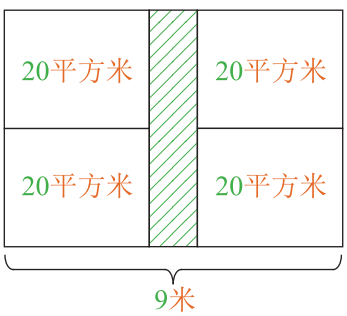
3．小红去商店购物，如果将身边的钱全部买笔记本可买 12 本，如果全部买钢笔可买 3 支．现在小红先买 8 本笔记本，还可以买钢笔_____支．

**4．一个数分别乘两个连续的偶数得到的两个积相差 500，求这个数．

家庭作业

1. 一根长绳将它对折，再对折，一共对折 5 次得到一线束. 用剪刀将得到的线束剪成 3 等份. 问：得到的绳段共有多少根？

2. 如下图，蕾蕾家的菜园是一个由 4 块正方形的菜地和 1 个小长方形的水池组成的大长方形. 如果每块菜地的面积都是 20 平方米且菜园的长为 9 米，那么菜园中水池（图中阴影部分）的周长是多少？



3. 市足球比赛，阳光小学代表队有 12 名球员，请问有多少种上场方式？

4. 平平的钱可以买 20 件上衣，或买 30 条裤子，问平平的钱可以买几套衣服？



学习笔记

第二讲

鸡兔同笼（二）

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 画图列表解鸡兔同笼

B. 假设法解鸡兔同笼

C. 面积法解鸡兔同笼

D. 方程法解鸡兔同笼

E. 配比法解鸡兔同笼

（2）前铺知识

鸡兔同笼（一）　　（二年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 数形结合（一）　　（五年级 · 春季）

B. 浓度问题　　（六年级 · 春季）

聪慧之路

A. 假设法
B. 数形结合
C. 十字配比
D. 方程
E. 手势

课前加油站

（1）手势比多比少.

（2）除法的意义是什么？

（3）我们学过哪些“变得一样多”的方法？

（4）7 只鸡和 5 只兔共有多少条腿？下面几个人的算法有道理吗？

平平：7×2 + 5×4=34

行行：（7+5）×2+5×（4－2）=34

线线：（7+5）×4－7×（4－2）=34

新　课

组　一

*两个量的鸡兔同笼

*“不是”鸡兔同笼的鸡兔同笼

1. 笼中共有 30 只鸡和兔，数一数，足数正好是 100 只．问鸡、兔各多少只？

2. 一个笼子里有鸡和兔子若干只，数一数，共 50 个头，140 条腿，问鸡和兔子各有多少只？

3. 红红买了 8 角和 5 角的邮票共 20 张，用去 12 元 4 角钱. 问她这两种邮票各买了多少张？

4. 用一元钱买 8 分邮票和 4 分邮票共 17 张. 问这两种邮票各买了多少张？

5. 松鼠妈妈采松子，晴天每天可采 20 颗，雨天每天可采 12 颗，它一连几天共采了 112 颗松子，平均每天采 14 颗. 问这几天当中有几天有雨？

6. 平行线小学在一次数学竞赛中出了 20 道题，规定每做对一道题得 5 分，做错一道题倒扣 3 分. 小明 20 道题全做了，结果得了 60 分，你能知道小明做对了几道题吗？

7. 平行线小学五年级举行数学竞赛，共 10 道题，每做对 1 道题得 8 分，做错一道题倒扣 5 分，张华最终得 41 分. 问她做对多少道题？

8. 商店给货主运 2100 箱玻璃. 合同规定，完好运到一箱玻璃给运费 5 元，损坏一箱玻璃不但不给运费，还要赔还货主 40 元. 一运输队将这些玻璃运到后收到货款 9690 元. 问他们损坏了几箱玻璃？

*9. 甲、乙二人相距 30 米面对面站好，玩“石头剪子布”的游戏．胜者向前走 8 米，负者向后退 5 米，平局两人各向前走 1 米．玩了 10 局后，两人相距 7 米．那么两人平了_____局．

**10. 黄、红、绿、蓝、白 5 个球队进行足球比赛，比赛采用单循环赛制，每场比赛，胜者得 3 分，平局各得 1 分，负者得 0 分．比赛结束后，得分情况如下：黄队 10 分，红队 9 分，绿队 4 分，蓝队 3 分，白队 1 分，那么比赛有（　　）场平局．

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

开心课间

和尚吃馒头（动画）

组二

*三个量的鸡兔同笼

*1. 四（1）班同学 45 人在“抗非典献爱心”活动中共捐款 100 元，其中 11 名同学捐 1 元，其他同学是捐 2 元和 5 元的，问捐 2 元和 5 元同学的各有多少人？

*2. 有一元、两元和五元的人民币共 50 张，总面值为 140 元，已知两元和五元的张数相同，问三种面值的人民币各有多少张？

**3. 有蜘蛛、蜻蜓、蝉三种动物共 18 只，共有腿 118 条，翅膀 20 对（蜘蛛 8 条腿；蜻蜓 6 条腿，两对翅膀；蝉 6 条腿，一对翅膀），问蜻蜓有多少只？

**4. 足球赛共出售 750 张票得 22200 元. 已知甲等票每张 60 元，乙等票每张 30 元，丙等票每张 18 元. 其中丙等票张数是乙等票张数的 2 倍. 问其中甲等票有多少张？

**5. 一些奇异的动物在草坪上聚会. 有独脚兽（1 个头、1 只脚）、双头龙（2 个头、4 只脚）、三脚猫（1 个头、3 只脚）和四脚蛇（1 个头、4 只脚）. 如果草坪上的动物共有 58 个头、160 只脚，且四脚蛇的数量恰好是双头龙数量的 2 倍. 那么，有多少只独脚兽参加聚会？

组三

*假设法解题

*1．鸡与兔共有 100 只，鸡的脚比兔的脚多 80 只，问鸡与兔各多少只？

*2．每个大油桶可装油 6 千克，每个小油桶可装油 2 千克，大桶和小桶共 50 个，大桶比小桶共多装油 60 千克，问大、小油桶各多少个？

**3．鸡、兔共有脚 44 只，若将鸡、兔互换，则共有脚 52 只，问鸡、兔各有多少只？

**4. 甲、乙、丙三人乘坐飞机，三人所带行李的重量都超过了免费重量，超出部分必须另付行李费. 甲付 20 元，乙付 40 元，丙付 60 元. 三人的行李共重 150 千克，如果是一个人带这些行李出行，就需要支付 240 元的超重费用. 请问：每人可以免费携带多少千克行李？

***5. 平平、行行和线线在讨论买《变形金刚》电影票的事情，平平现有的钱数是行行的 3 倍，是线线的 2 倍.

（a）平平说：“如果行行给我 15 元钱，我就可以买 3 张电影票.”

（b）行行说：“如果我给平平 15 元钱，剩下的钱恰好能买 3 个一样的汉堡.”

（c）线线说：“如果妈妈再给我 35 元钱，我就刚好能买 2 张电影票和 2 个汉堡.”

请问：平平原有多少元？他们要买的电影票每张多少元？一个汉堡多少元？

***6. 现有三堆糖果，其中第一堆的块数比第二堆多，第二堆的块数比第三堆多. 如果从每堆糖果中各取出一块，那么剩下的糖果中，第一堆的块数是第二堆的 3 倍；如果从每堆糖果中各取出同样多块，使得第一堆还剩下 32 块，则第二堆剩下的糖果数是第三堆的 2 倍. 问原来三堆糖果总共最多有多少块？



家庭作业

1. 一只鸡有 1 个头 2 条腿，一只兔子有 1 个头 4 条腿. 如果笼子里的鸡和兔子共有 10 个头和 26 条腿，你知道鸡和兔子各有多少只吗？

2. 停车场上的自行车和三轮车共有 24 辆，其中每辆自行车有 2 个轮子，每辆三轮车有 3 个轮子，所有自行车和三轮车共有 56 个轮子. 请问：有多少辆自行车？有多少辆三轮车？

3. 学校活动室有五子棋、飞行棋共 14 副，恰好可供全班 40 名同学同时进行活动. 五子棋要 2 人下一副，飞行棋要 4 人下一副，则飞行棋和跳棋各有几副？

4. 鸭子和小狗共 60 只，鸭子腿比小狗腿多 60 条. 问：鸭子和小狗各多少只？

5．有若干只鸡和兔，其中鸡比兔多 12 只，它们一共有 84 条腿．求鸡和兔各有多少只？



学习笔记

第三讲

定义新运算

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 根据定义的运算直接运算

B. 找规律发现定义的运算

（2）前铺知识

A. 四则运算　　（四年级 · 秋季）

B. 简易方程　　（四年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 方程　　（五年级 · 秋季）

B. 数表　　（五年级 · 秋季）

聪慧之路

A. 代数思想

B. 递推找规律

C. 还原思想

课前加油站

“▲”表示取前后两个汉字笔画多的汉字，例如：好▲想=想；如果正好笔画一样多，就取前面的汉字，例如：三▲个=三.

（1）把你的名字每两个字之间加“▲”，看看最后剩哪个字.

（2）我▲好=_____

你▲的=_____

三▲七▲老=_____

师▲（生▲日）=_____

帅▲平▲天▲天=_____

新 课

组 一

*根据定义的运算直接运算

1．设 a、b 都表示数，规定 $a△b=3×a-2×b$.

（1）求 4△3，3△4.

（2）这种运算有“交换律”吗？

（3）求(17△6)△2，17△(6△2).

（4）这种运算有“结合律”吗？

（5）如果已知 $5△b=1$，求 b.

2．如果 $a\#b=2\times a+3\times b$，$a※b=(a+b)\div 2$，那么$(3※5)\#7=$？

3．如果 $a▲b=a\times b-(a+b)$．求 6▲（9▲2）．

4．设 a、b 都表示数，规定：$a△b$ 表示 a 的 4 倍减去 b 的 3 倍．试计算：5△6；6△5.

5．如果 A 大于 B，则 $|A-B|=A-B$；如果 A 等于 B，则 $|A-B|=0$；如果 A 小于 B，则 $|A-B|=B-A$．根据上述规律计算：$|42-13|+|23-56|+|32-32|$=_____.

6. 规定：符号“ & ”为选择两数中较大数的运算，“ ◎ ”为选择两数中较小数的运算. 计算下式：[(8◎2)& 4]×[9◎(6 & 11)].

7. 定义新运算：若 $A>B$，则 $A⊙B=B+7$，若 $A<B$，则 $A⊙B=A$，若 $A=B$，则 $A⊙B=AB-2$，那么$(2⊙3)⊙(6⊙6)⊙(5⊙4)=$_____.

*8. 定义 $a@b=a+b-2$，则 $1@2+2@3+3@4+4@5+\cdots+50@51=$_____.

**9. 定义 $a@b=b\times b-a\times a$，则 $1@2+3@4+5@6+\cdots+99@100=$_____.

开心课间

羊和狼在一起时，狼要吃掉羊，所以关于羊和狼，我们规定一种运算，用符号△表示：

羊△羊＝羊；羊△狼＝狼；狼△羊＝狼；狼△狼＝狼.

以上运算的意思是：羊和羊在一起还是羊；狼和狼在一起还是狼；但是狼和羊在一起就只剩下狼了. 小朋友总是希望羊能战胜狼，所以我们规定另一种运算，用符号★表示：

羊★羊＝羊；羊★狼＝羊；狼★羊＝羊；狼★狼＝狼.

这个运算的意思是：羊和羊在一起还是羊；狼和狼在一起还是狼；但是由于羊能战胜狼，当狼和羊在一起时，它便被羊赶走而只剩下羊了.

对羊或狼，可以用上面规定的运算作混合运算，混合运算的法则是从左到右，括号内先算. 运算的结果或者是羊，或者是狼. 那么求下式的结果：

羊△(狼★羊)★羊△(狼★狼)

组 二

*找规律发现定义的运算

1. 如果 1※2＝1＋11，2※3＝2＋22＋222，3※4＝3＋33＋333＋3333，请计算（3※2）×5.

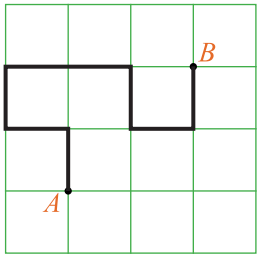
2. 有一个数学运算符号“※”，使下列算式成立：4※8=16，10※6=26，6※10=22，18※14=50，求 5※10=？

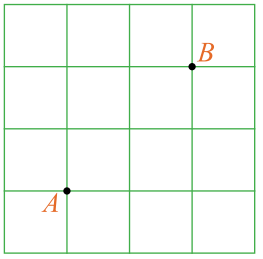
*3. 下图是一个运算器的示意图，A、B 是输入的两个数据，C 是输出的结果. 右下表是输入 A、B 数据后，运算器输出 C 的对应值. 请你据此判断，当输入 A 值是 2106，输入 B 值是 7 时，运算器输出的 C 值是 _____.



A	32	45	46	56
B	5	3	8	5
C	2	0	6	1

*4. 一只甲虫从画有方格的木板上的 A 点出发，沿着一段一段的横线、竖线爬行到 B 点，左图中的路线对应下面的算式 1−2+1+2+2−1+2+1=6. 请在右图中用粗线画出对应于算式−2−1+2+2+2+1+1+1 的路线.





**5. 平平去非洲旅游，到了一个古老部落，看到下面部落的几个算式：8×8＝8，9×9×9＝5，9×3＝3，(93＋8)×7＝837.

导游告诉他，部落算术中所用的符号“＋、-、×、÷、(　)、＝”与我们算术中的意义相同，进位也是十进制，只是每个数字虽然与我们的写法相同，但代表的数却不同. 请你按古老部落的算术规则，完成算式：89×57＝_____.

**6. 如果 5*2＝11，6*3＝21，7*4＝34，那么，1*9＋2*9＋3*9＋…＋9*9＝_____.

**7. “⊙”表示一种新的运算符号. 已知：2⊙3=2+3+4；7⊙2=7+8；3⊙5=3+4+5+6+7；……按这些规则，如果 n⊙8=68，那么 n=_____.

***8. 规定 $a△b=a\times(a+2)-(a+1)-b$，计算：(2△1)+……+(11△10)=_____.

家庭作业

1．小鸡和虫子在一起时，小鸡要吃掉虫子，所以关于虫子和小鸡，我们规定一种运算，用符号△表示：虫子△虫子＝虫子；虫子△小鸡＝小鸡；小鸡△虫子＝小鸡；小鸡△小鸡＝小鸡.

以上运算的意思是：虫子和虫子在一起还是虫子；小鸡和小鸡在一起还是小鸡；但是小鸡和虫子在一起就只剩下小鸡了.

小朋友总是希望虫子能战胜小鸡，所以我们规定另一种运算，用符号★表示：

虫子★虫子＝虫子；虫子★小鸡＝虫子；小鸡★虫子＝虫子；小鸡★小鸡＝小鸡.

这个运算的意思是：虫子和虫子在一起还是虫子；小鸡和小鸡在一起还是小鸡；但是由于虫子能战胜小鸡，当小鸡和虫子在一起时，它便被虫子赶走而只剩下虫子了.

对虫子或小鸡，可以用上面规定的运算作混合运算，混合运算的法则是从左到右，括号内先算．运算的结果或者是虫子，或者是小鸡．那么求下式的结果：

小鸡△(虫子★小鸡)★虫子△(小鸡★小鸡).

2．设 $a△b=a×a-2×b$，那么，5△6=_____，(5△2)△3=_____.

3. 规定：符号“ & ”为选择两数中较大数的运算，“ ◎ ”为选择两数中较小数的运算. 计算下式：[(7◎3)& 5]×[5◎(3 & 7)].

4. 如果 $a△b$ 表示 $3a+b-2$，例如：3△4=3×3+4-2=11，那么，当 $a△5=30$ 时，a=_____.

5. 规定：6※2=6+66=72，2※3=2+22+222=246，1※4=1+11+111+ 1111=1234. 求 7※5=_____.



学习笔记

第四讲

几何（四）

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 直线、射线与线段

B. 角的认识与度量

C. 图形中角的计算

（2）前铺知识

A. 图形 72 变　　（二年级 · 暑期）

B. 几何（三）　　（四年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 几何（五）　　（五年级 · 暑期）

B. 几何（七）　　（五年级 · 秋季）

聪慧之路

A. 等量代换

B. 对称思想

课前加油站

数学小游戏——老虎跳火圈

新 课

组 一

*直线、射线、线段的基本概念、基本知识

*角的基本概念基本知识

1. 直线、射线、线段

（1）直线、射线、线段的概念.

① 在直线的基础上定义射线、线段.

直线上的一点和这点一旁的部分叫做射线，这个点叫做射线的端点.

直线上两点和两点中间的部分叫做线段，这两个点叫做线段的端点.

② 在线段的基础上定义直线、射线.

把线段向一方无限延伸所形成的图形叫做射线.

把线段向两方无限延伸所形成的图形叫做直线.

点与直线的关系：点在直线上；点在直线外.

两个重要公理：

① 经过两点有且只有一条直线，也称为“两点确定一条直线”.

② 两点之间的连线中，线段最短，简称“两点之间，线段最短”.

两点之间的距离：两点确定的线段的长度.

（2）点、直线、射线、线段的表示方法。

① 点的表示方法.

我们经常用一个大写的英文字母表示点：A，B，C，D，……

② 直线的表示方法.

● 用两个大写字母表示，这两个大写字母表示直线上的点，不分先后顺序，如下图（1）可以写作直线 AB，也可以写作直线 BA.



（1）　　（2）

● 用一个小写字母来表示，如上图（2）写作直线 l.

注意　在直线的表示前面必须加上“直线”二字；用两个大写字母表示时字母不分先后顺序.

③ 射线的表示方法.

● 用两个大写字母来表示. 第一个大写字母表示射线的端点，第二个大写字母表示射线上的点. 如射线 OA，如图（3）所示，但不能写作射线 AO.

● 用一个小写字母来表示，如射线 l，如图（4）所示.



（3）　（4）

注意	在射线的表示前面必须加上“射线”二字．用两个大写字母表示射线时字母有先后顺序，射线的端点在前．

④ 线段的表示方法．

● 用两个大写字母表示，这两个大写字母表示线段的两个端点，无先后顺序之分，如图（5）所示线段 AB，也可以写作线段 BA．

● 用一个小写字母来表示：如图（6）所示，写作线段 l．



（5）　（6）

注意	在线段的表示前面必须加上“线段”二字．用两个大写字母表示线段时字母不分先后顺序．

（3）直线、射线、线段的主要区别．

类型	端点	延长线及反向延长线	用两个大写字母表示
直线	0 个	无	无顺序
射线	1 个	有反向延长线	第一个表示端点
线段	2 个	两者都有	无顺序

中点：把线段分成两条相等的线段的点叫做这条线段的中点．

2．角

（1）角的定义．

定义 1：有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边．角的大小只与开口的大小有关，而与角的边画出

部分的长短无关．这是因为角的边是射线而不是线段．

定义 2：角由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形，处于初始位置的那条射线叫做角的始边，处于终止位置的那条射线叫做角的终边．

① 如果角的终边是由角的始边旋转半周而得到，这样的角叫做平角．

② 如果角的终边是由角的始边旋转一周而得到，这样的角叫做周角．

注意

由角的定义可知：

（1）角的组成部分为两条边和一个顶点．

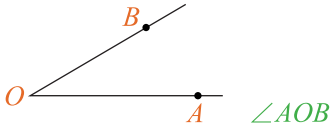
（2）顶点是这两条边的交点．

（3）角的两条边是射线，是无限延伸的．

（4）射线旋转时经过的平面部分称为角的内部，平面的其余部分称为角的外部．

（2）角的表示方法．

① 利用三个大写字母来表示，如下图（1）所示．

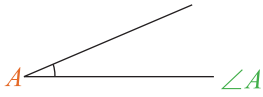


（1）

注意

顶点一定要写在中间．也可记为∠*BOA*，但不能写成∠*BAO* 或∠*ABO* 等．

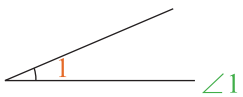
② 利用一个大写字母来表示，如下图（2）所示．



（2）

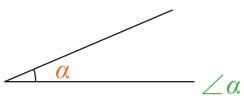
注意 用一个大写字母来表示角的时候，这个大写字母一定要表示角的顶点，而且以它为顶点的角有且只有一个.

③ 用数字来表示角，如下图（3）所示.



（3）

④ 用希腊字母来表示角，如下图（4）所示.



（4）

3. 下列说法正确的是（　　）.

A. 直线上一点和这点一旁的部分叫做射线

B. 直线是射线的 2 倍

C. 射线 AB 与射线 BA 是同一条射线

D. 过两点 P、Q 可画出两条射线

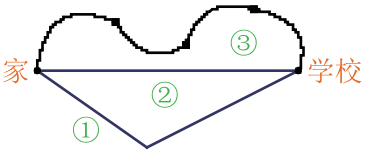
4. 下列图形中各有一条射线和一条线段，它们能相交的是（　　）.



A.　　B.　　C.　　D.

5．平面上有四个点，经过两点画一条直线，则可以画几条直线？

6．从平平家到学校共有 3 条路可以走，如下图所示，若想走最近的路，应选择_____（填序号）．这是根据_____.



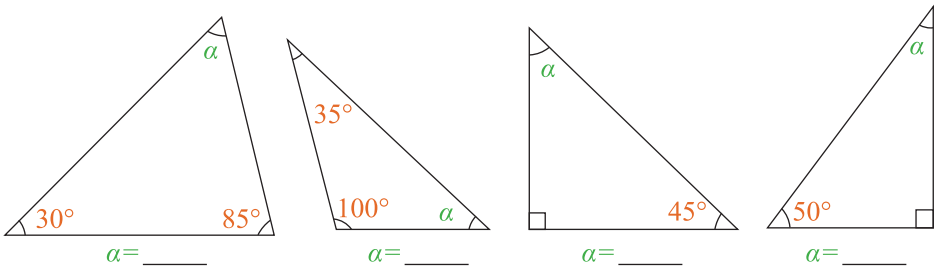
组 二

*三角形内角和

*角的度数计算

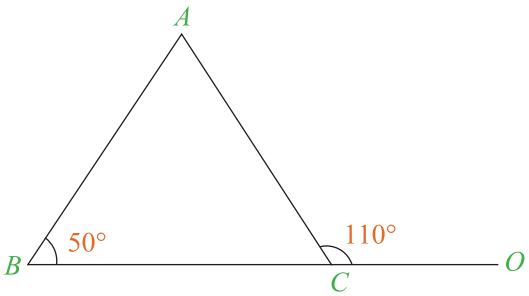
1．动画演示三角形内角和是 180 °的证明.

2. 如下图所示，求每个三角形中角 α 的度数.



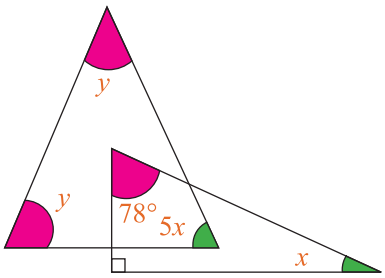
3. 证明如果三角形中的一个内角等于另外两个内角的和，那么这个三角形是直角三角形.

4. 如下图所示，延长三角形底边 BC 至点 O，已知$\angle ACO$=110 °，$\angle ABC$=50 °，求$\angle BAC$ 的度数.

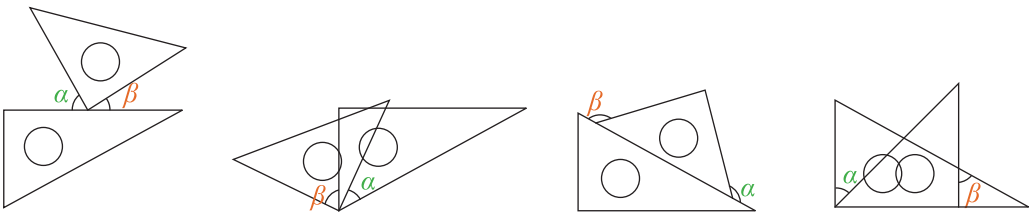


5. 如下图所示，$y=$（　　）.

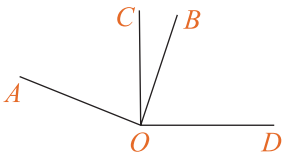
A. 30°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 50°



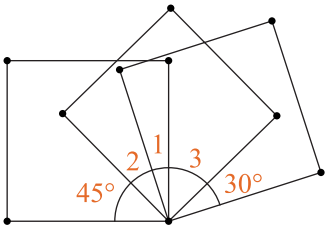
6. 将一副直角三角尺按如下图所示的不同方式摆放，请依次写出图中$\angle\alpha$与$\angle\beta$的数量关系_____、_____、_____、_____.



7. 如下图所示，$\angle AOB=\angle COD=90°$，$\angle AOD=160°$，求$\angle BOC$的度数.



8. 三个正方形叠放在一起，如下图所示，$\angle 1=$_____.



**9. 如图 1 所示，OM 平分 $\angle AOB$，ON 平分 $\angle COD$，若 $\angle MON=50°$，$\angle BOC=10°$，求 $\angle AOD$ 的大小.

如图 2 所示，$\angle ACB$ 是一个平角，$\angle DCE-\angle ACD=\angle ECF-\angle DCE=\angle FCG-\angle ECF=\angle GCB-\angle FCG=10°$，求 $\angle GCB$ 的度数.

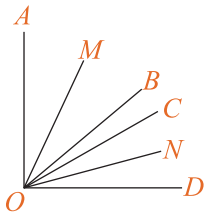


图1

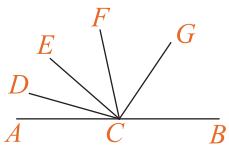
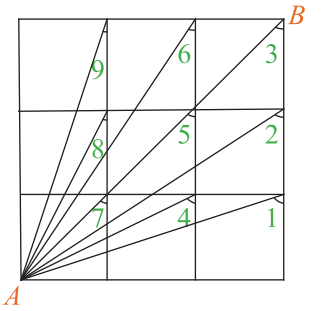


图2

**10．如下图所示是一个 3×3 的正方形，则图中∠1+∠2+∠3+…+∠9=_____.



开心课间

数学小游戏——海岛保卫战

**组 三

*多边形的内角和

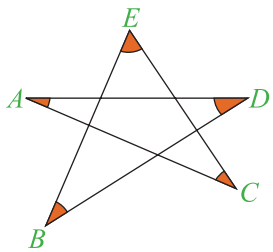
1．计算

（1）四边形内角和；

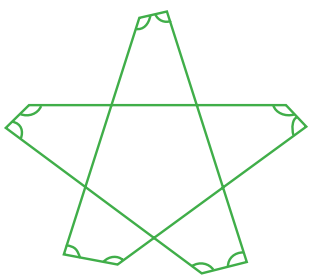
（2）五边形内角和；

（3）凸 n 边形内角和.

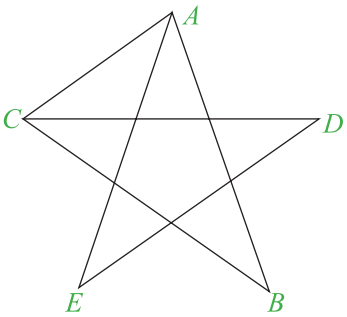
2. 如下图，计算五角星形中 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 的度数.



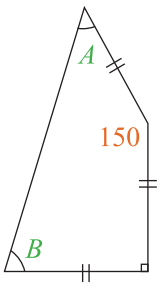
3. 下图中标出的 10 个角的总和是多少度？



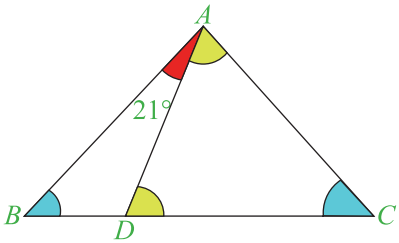
4. 如下图所示，已知 $ABCDE$ 为正五角星，则$\angle CAE$_____$\angle EAB$（请填上“＞”，“＜”或“＝”）.



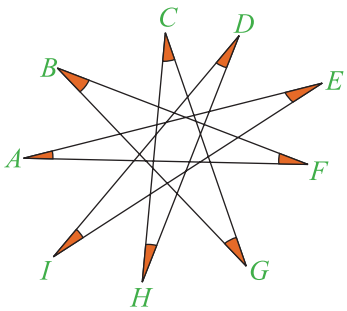
5. 如下图所示，请求出图中$\angle A$和$\angle B$的度数.



6. 如下图所示，在三角形 ABC 中，点 D 在 BC 上，且$\angle ABC=\angle ACB$，$\angle ADC=\angle DAC$，$\angle DAB=21°$，求$\angle ABC$的度数，并回答：图中哪些三角形是锐角三角形？



7. 如下图所示的 9 角星形中，对于所标示的 9 个角，已知∠A+∠D+∠G=63°．求其余 6 个角的度数之和.



家庭作业

1. 下列语句准确规范的是（　　）.

A. 直线 a、b 相交于一点 m

B. 延长直线 AB

C. 反向延长射线 AO（O 是端点）

D. 延长线段 AB 到 C，使 $BC=AB$

2. 请找出下列错误的三角形（　　）.

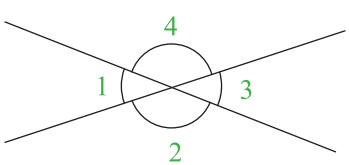
A. 三条边分别是 4 厘米、4 厘米、5 厘米

B. 三条边分别是 4 厘米、4 厘米、6 厘米

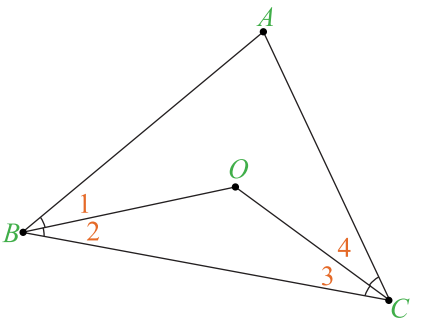
C. 三条边分别是 4 厘米、4 厘米、7 厘米

D. 三条边分别是 4 厘米、4 厘米、8 厘米

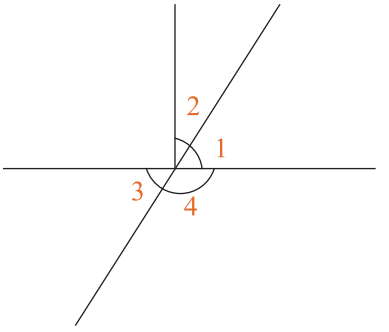
3. 如下图所示，已知∠4 的度数是∠1 度数的 3 倍，求∠1，∠2，∠3，∠4 分别是多少度？



4. 如下图所示，已知△*ABC* 中，∠*A*=58 °，∠1=∠2，∠3=∠4，求∠*BOC* 的度数.



5. 已知∠1=65 °，求∠2，∠3，∠4 的度数.



学习笔记

第五讲

等比数列

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 等比数列概念的理解与掌握

B. 等比数列求和

（2）前铺知识

A. 发现数列规律　　（二年级 · 秋季）

B. 从简单开始找规律　　（四年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 小数简算　　（五年级 · 秋季）

B. 分数简算　　（六年级 · 秋季）

聪慧之路

A．借来还去
B．错位相减

课前加油站

（1）某汽水厂规定：用 3 个空汽水瓶可换一瓶汽水，某人买了 10 瓶汽水，问他总共可喝到几瓶汽水？

新　课

组　一

*认识等比数列

*等比数列在找规律中的运用

等比数列是如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比值等于同一个常数．这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示($q\neq0$)，等比数列 $a_1\neq0$．其中 a_n 中的每一项均不为 0．注：$q=1$ 时，a_n 为常数列.

1. 按规律填数：1，3，9，27，（ ），243，…

2. 按规律填数：2，4，8，16，（ ），64，（ ），…

3. 观察下面的数列，每个数列的公比各是多少？

（1）3，6，12，24，48，…

（2）5，25，125，625，…

（3）2，8，32，128，512，…

（4）6，6，6，6，6，6，…

4. 试找出下列数列中的等比数列，并指出它们各自的公比.

（1）1，4，0，3，16，19，…

（2）8，16，32，64，128，256，…

（3）1，1，1，1，1，1，1，…

（4）31，29，27，25，23，21，19，…

（5）1，10，100，1000，10000，…

（6）0，1，2，4，8，…

5. 一个等比数列首项为 6，公比为 3，请问这个数列的第 3 项是多少？第 6 项是多少？第 n 项呢？

6. 袁隆平在培育某水稻新品种时，培育出第一代 20 粒种子，并且从第一代起，由以后各代的每一粒种子都可以得到下一代的 60 粒种子，请问到第四代时，可以得到这个新品种的种子多少粒？

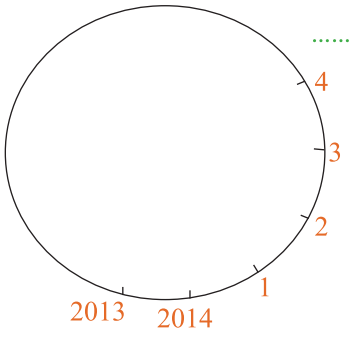
7. 120 个同学排成一排，从左往右 1、2、1、2、1、2…地报数，报 1 的同学出去，剩下的同学再从左往右 1、2、1、2、1、2…地报数，报 1 的同学出去，这样继续下去，到只剩 1 个同学，问这个同学是开始时从左往右的第几个同学？

*8. 把 1～n 这 n 个数，按逆时针方向依次排列在一个圆圈上（如下图所示）. 从 1 开始按逆时针方向，保留 1，擦去 2，保留 3，擦去 4，……（每隔一个数，擦去一个数）转圈擦下去，直至只留一个数为止.

（1）如果 n 是 8，最后剩的数是_____；如果 n 是 16，最后剩下的数是_____.

（2）如果 n 是 9，最后剩下的数是_____；如果 n 是 35，最后剩下的数是_____.

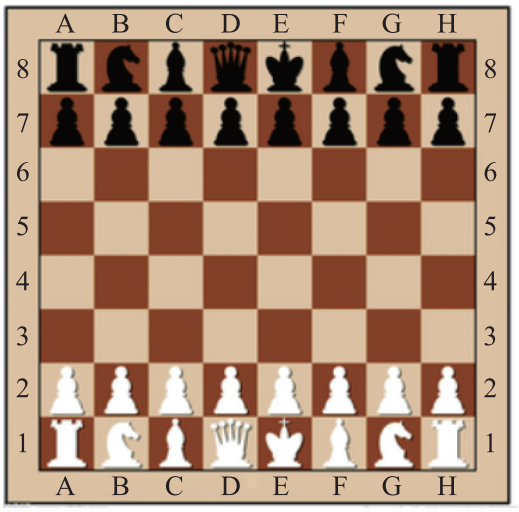
（3）聪明的你一定知道了，对（2）中的数，只需先擦去一部分数，变成（1）的模式，就可以快速知道最后剩下的数字是多少. 现在有 2014 名学生编上 1～2014 的号码，按照上述方法围成一圈，从 1 号同学开始依次进行 1、2 报数，报 2 的同学淘汰离开，直至最后留下的一个同学胜出，聪明的你只需站在几号就可以确保胜出，说出你的方法和理由.



开心课间

国际象棋的故事

国际象棋起源于印度，关于国际象棋有这样一个传说，国王要奖励国际象棋的发明者，问他有什么要求，发明者说：“请在棋盘的第一个格子上放 1 粒麦子，第二个格子上放 2 粒麦子，第三个格子上放 4 粒麦子，第四个格子上放 8 粒麦子，依次类推，直到第 64 个格子放满为止.”国王慷慨地答应了他. 你认为国王有能力满足上述要求吗？



*组二

*公比是 2 的等比数列求和

*公比不是 2 的等比数列求和

1．公比是 2 的等比数列求和

A．借来还去法

B．大数×2－小数

C．错位相减

（1）1+2+4+8+16+32+64.

（2）3+6+12+24+48+96.

（3）5+10+20+40+80+160.

2. 公比不是 2 的等比数列求和

A. 错位相减

B. 公式

（1）1+3+9+27+81+243.

（2）2+8+32+128+512.



家庭作业

1. 数列填数.

6，18，54，（　），（　），486，（　）

4，16，64，（　），（　），4096，（　）

32，16，8，（　），4

81，27，（　），3，1

2. 判断下列数列是否是等比数列，如果是，请写出该数列的公比.

1，2，3，4，5，6，7，8，…

2，4，8，16，32，64，…

6，12，24，48，96，…

3，5，7，9，11，13，…

5，15，25，35，45，55，…

5，15，45，135，405，…

3．计算 2+4+8+16+32+64+128.

4．1000 个同学排成一排，从左往右 1、2、1、2、1、2…地报数，报 1 的同学出去，剩下的同学再从左往右 1、2、1、2、1、2…地报数，报 1 的同学出去，这样继续下去，到只剩 1 个同学，问这个同学是开始从左往右的第几个同学？

学习笔记

第六讲

盈亏问题（二）

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 复习回顾基础盈亏问题

B. 复杂的盈亏问题

（2）前铺知识

盈亏问题（一）　　（三年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 化归思想　　（五年级 · 暑期）

B. 方程　　（五年级 · 秋季）

聪慧之路

A. 寻找不变量
B. 化归思想
C. 数形结合

课前游戏

（1）手势比标准数多少.

（2）分卡片.

请若干同学上讲台（人数多于 6 人）.

第一次分配：每人把手背到身后，教师拿出卡片若干（数目为 20，但不告诉学生），在六名同学手里放上卡片，每人 3 张. 告诉学生：现在只有一部分人手中有卡片，老师分给他们每人 3 张，我手中还剩余 2 张卡片.

当我们在分配物品的时候，经常会遇到有剩余（也就是盈）.

收回卡片进行第二次分配：

要求学生再次把手背到身后，教师拿出同样数量的卡片，放在六名同学手里，每人 4 张. 告诉学生：现在还是那些同学手中有卡片，老师每人分给他们 4 张，这些卡片不够分，还差 4 张卡片.

当分配后不足时就可以说是亏.

请同学们算出老师共有多少张卡片？编一个盈亏问题.

新 课

组一

*直接告诉盈和亏

*找两次分配结果的差

*找差的原因（手势）

1. 老师把一堆苹果分给小朋友，每人分的同样多. 如果分给 9 个人，那么还剩下 21 个苹果；如果分给 12 个人，就只剩下 12 个苹果. 请问：这堆苹果一共有多少个？

2. 学校将某个班的学生分到各个宿舍. 如果每间宿舍安排 5 个人，那么还有 10 个人没地方住；如果每间宿舍安排 6 个人，那么还有 3 个人没地方住. 请问：学校共有多少间宿舍，多少个学生？

3. 某车队买回了一些新轮胎. 小明数了一下，发现要把每辆车的 2 个前胎全部换掉，还能剩下 20 个轮胎；如果要把每辆车的 4 个轮胎全部换掉，就只剩下 6 个轮胎了. 问车队一共有几辆汽车？

4. 老师将一叠练习本奖给数学竞赛获奖的同学，如果每人奖 3 本，还多 6 本；如果每人奖 5 本，则少 4 本. 问一共有几名同学获奖？这叠练习本共有多少本？

5. 五（1）班同学参加植树活动，如果每人植 4 棵，还多 20 棵；如果每人植 5 棵，则少 10 棵. 问五（1）班有多少同学参加植树活动？有多少棵树？

开心课间

盈亏问题动画

组二

*间接告诉盈和亏

*用数形结合解盈亏

1. 一堆桃子分给一群猴子，如果每只猴子分 10 个桃子，则有 3 只猴子没有分到；如果每只猴子分到 8 个桃子，则刚好分完. 问有多少只猴子？多少个桃子？

2. 学校有若干间宿舍，每间住 12 人，则空余一间；每间住 10 人，刚好住满. 问学校有几间宿舍？住了多少人？

*3. 某农村礼堂演戏，如果每条长椅坐 2 位观众，则还有 160 位观众站着；如果每条长凳改坐 3 人，则有 16 条长凳空着. 问礼堂内有多少条长凳？有多少位观众？

*4. 某班同学去划船，如果减少一条船，正好每条船坐 9 人；如果增加一条船，正好每条船坐 7 人. 问这个班共有多少人去划船？

*5. 五（2）班同学去划船，如果增加一条船，那么每条船只坐 6 人；如果减少一条船，那么每条船坐 8 人. 问这个班有多少名同学去划船？

*6. 老师给幼儿园小朋友分糖，每人 3 块还多 10 块；如果减少 2 个小朋友再分，每人 4 块还多 7 块. 问原来有多少小朋友？有多少块糖？

*7. 幼儿园老师将一筐橘子分给小朋友，如果分给大班的学生每人 4 个则还余 6 个；如果分给小班的学生每人 7 个则又缺 10 个. 已知大班比小班多 5 人，问这筐橘子有多少个？

**8. 军训时全年级的同学一起吃午饭. 教官算了一下，如果每张桌子坐 6 人，那么还剩下 22 人没地方做，入座时发现有 3 张桌子坏了，于是改为每张桌子坐 8 人，结果还剩下 6 人没地方做. 请问：全年级一共有多少人？

**9. 卧龙自然保护区管理员把一些竹子分给若干只大熊猫，每只大熊猫分5棵还余10棵竹子，如果大熊猫数量增加到3倍少5只，那么每只大熊猫分2棵竹子还缺少8棵竹子，问有大熊猫多少只，竹子多少棵？

**10. 舞蹈队将一些花环分给若干个人，每人5个还余10个，如果人数增加到3倍，那么每人分2个还缺8个，问有花环多少个？

**11. 用绳子探测井深，把绳子折三折量，井外余2米；把绳子折四折量，绳子上端距井口还有1米. 问井深多少米？绳子长多少米？

**12. 某班学生要栽一批树苗，若每个人分 k 棵树苗，则剩下 38 棵；若每个学生分配 9 棵树苗，则还差 3 棵，那么这个班共有多少名学生？

**组 三

*盈亏问题升级

1. 小明计划用若干天做一本习题集. 如果他每天做 5 道题，那么最后两天每天要做 10 道题才能做完；如果他每天做 6 道题，恰好可以提前一天做完. 请问：这本习题集中共有多少道题？

2. 少先队员去植树. 如果每人挖 5 个树坑，还剩下 3 个树坑没人挖；如果其中两人各挖 4 个树坑，其余每人挖 6 个树坑，就恰好把所有的树坑都挖完. 问一共有多少名少先队员？一共有多少个树坑要挖？

3. 少先队员去植树，如果其中一人栽 7 棵，其余人栽 5 棵，则余 3 棵；如果其中 2 人栽 4 棵, 其余每人栽 6 棵, 则缺 3 棵. 问有多少名少先队员？多少棵树？

4. 小军奶奶买回一筐梨，分给全家人. 如果小军和妹妹两人每人分得 5 个，其余每人分得 2 个，还多出 4 个；如果小军一个人分得 6 个，其余每人分得 4 个，又差 12 个. 问小军家有多少人？这筐梨有多少个？

5. 一班的同学去春游，原计划乘坐小车，还空出 6 个座位. 后来二班的 38 个同学决定和一班同学一起去春游，于是两班的同学换乘大车，结果需要多派一辆车，并且还空出 4 个座位. 已知大车每车坐 12 人，小车每车坐 8 人. 求一班的人数.

6. 老师给幼儿园小朋友分水果. 苹果的个数是梨的个数的 2 倍. 如果给每人分 3 个梨，就多出 2 个梨；如果给每人分 7 个苹果，那么还少 6 个苹果. 问共有多少个小朋友分水果？共有多少个苹果？

***7. 有红、黄、绿 3 种颜色的卡片共 100 张，其中红色卡片的两面上分别写着 1 和 2，黄色卡片的两面上分别写着 1 和 3，绿色卡片的两面上分别写着 2 和 3．现在把这些卡片放在桌子上，让每张卡片写有较大数字的那面朝上，经计算，各卡片上所显示的数字之和为 234．若把所有卡片正反面翻转一下，各卡片所显示的数字之和则变成 123．问黄色卡片有多少张？



家庭作业

1．老师把一堆苹果分给小朋友，每人分的同样多．如果分给 8 个人，那么还剩下 20 个苹果；如果分给 12 个人，就只剩下 12 个苹果．请问：这堆苹果一共有多少个？

2. 学校将某个班的学生分到各个宿舍. 如果每间宿舍安排 5 个人，那么还有 12 个人没地方住；如果每间宿舍安排 6 个人，那么还有 4 个人没地方住. 请问：一共有多少间宿舍？多少个学生？

3. 中秋节，老师给班上的同学们发月饼，若每人分 4 块，还剩 8 块月饼，若每人分 5 块, 还差 12 块月饼. 问全班有多少人？老师一共带了多少块月饼？

4. 李明的妈妈去超市买洗衣粉，雕牌和碧浪的单价分别为 8 元和 10 元，李明妈妈带的钱买雕牌洗衣粉比买碧浪洗衣粉可多买 3 袋，并且没有剩余的钱. 问李明妈妈带了多少钱？

5．老师给幼儿园小朋友分糖，每人分 3 块还多 10 块；如果减少 2 个小朋友再分，每人分 4 块还多 6 块，问原来有多少小朋友？有多少块糖？



学习笔记

第七讲

平均数（二）

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 多次平分

B. 移多补少

（2）前铺知识

平均数（一）　　（三年级 · 春季）

（3）后续知识

典型应用题　　（六年级 · 秋季）

聪慧之路

A. 平均数的三种思想
B. 数形结合思想

课前加油站

A. 平均数计算（采果果）
B. 平均数计算（太空摇摇球）

新　课

组一

*多次平分（只要每次做到平均分，最终就平均分了）

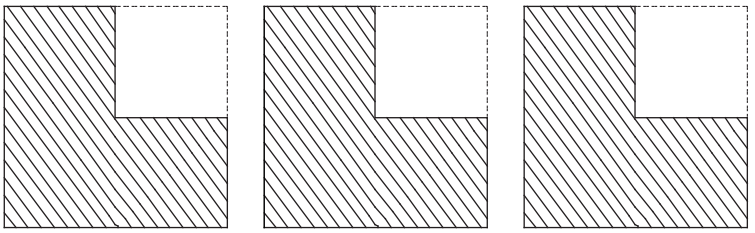
1. 两个盲人各买了两双袜子，一黑一白，四双袜子混在了一起，当两人要分开时，怎样能拿回自己的一黑一白两双袜子？

2．7 个苹果平均分给 12 个孩子，每个苹果最多切 5 块，怎么分？

3．11 个苹果平均分给 12 个孩子，每个苹果最多切 5 块，怎么分？

4．三个一样大的蛋糕，7 个男孩平均分吃两个，三个女孩平均分吃一个，是一个男孩吃的多，还是一个女孩吃的多？

5. 下图是一个被挖去了为总面积四分之一小正方形的大正方形，请你将它分成大小形状完全相同的两部分．如果分三部分呢？四部分呢？



6. 计算：31÷5+32÷5+33÷5+34÷5.

7. 去年体检平平的身高是 140 厘米，行行的身高是 140 厘米，线线的身高是 110 厘米.

（1）他们三人的平均身高是多少厘米？

（2）今年体检，平平长高了 4 厘米，行行长高了 3 厘米，线线长高了 5 厘米，那么今年他们的平均身高是多少厘米？

*8. 有甲、乙两个书架. 甲书架上有书 940 本，乙书架上有书 1280 本. 要使两书架上书的本数相等，应从乙书架取多少本书放入甲书架？

*9. 某班 30 人参加跳绳比赛，开始时有 4 人迟到没有参加比赛，这时平均成绩为 20 个. 后来这 4 位同学赶到了比赛场地，分别跳了 26、27、28、29 个. 这时全班同学的平均成绩是_____个.

**10. 阳光小学四年级二班有 25 名女生，10 名男生，某次数学考试中女生平均分 90 分，男生平均分 97 分，求全班数学考试平均分.

**11. 甲、乙、丙三个组各拿出相等的钱去买同样的数学书. 分配时，甲组要 22 本，乙组要 23 本，丙组要 30 本. 因此，丙组给甲组 15元，丙组还要给乙组多少元？

**12. 甲、乙、丙三校合买一批树苗. 分配时，甲校比乙、丙两校多分 60 棵，因此，甲校还给乙、丙两校各 160 元. 问每棵树苗多少元？

**13. 甲、乙、丙、丁四人拿出同样多的钱，一起订购同样规格的若干件新年礼物，礼物买来后，甲、乙、丙分别比丁多拿了 3 件、7 件、14 件礼物，最后结算时，乙付给了丁 14 元钱，并且乙没有付给甲钱. 那么丙应该再付给丁_____元钱.



一休去河边打水. 他有两个桶，大桶能装 9 升水，小桶能装 4 升水. 要想恰好从河中打上 6 升的水带回去，他应该怎么办？

组二

*移多补少

1. 甲有 10 个苹果，乙有 4 个，丙有 1 个，甲对乙说：你看你的苹果是丙的 4 倍，你给丙一些吧，如果你是丙，你会给吗？

2. 猪八戒爱吃西瓜，唐僧规定他 15 天内平均每天可吃 4 个西瓜. 猪八戒在前 10 天中，已经平均每天吃了 5 个，那么后 5 天中，他平均每天还能吃几个？

3. 已知平均数是 17 的七个数中，前四个数的平均数是 14，求后三个数的平均数？

4. 小明前两次测验的数学平均成绩是 60 分，第三次测验后，三次的平均成绩是 70 分. 问小明第三次得了多少分？

5. 小明考试，考了 2 次，平均分为 85 分，问至少再考几次，小明考试平均分为 95 分？（每次考试满分成绩为 100 分）

6. 某排球运动员前几场比赛平均击球数为每场 100 下，最后一场比赛他状态极好，击球 120 下，这样他这几场比赛的平均击球数提高为每场 104 下，问他总共参加了几场比赛？

7. 甲、乙两块稻田，平均每公顷产稻谷 980 千克，甲稻田有 6 公顷，平均每公顷产稻谷 1000 千克，乙稻田平均每公顷产稻谷 950 千克.问乙稻田有多少公顷？

8. 平平期末考试，数学 92 分，语文 90 分，英语成绩比这三门的平均成绩高 4 分. 问平平英语得了多少分？

*9. 在已考的 4 次考试中，张明的平均成绩为 90 分（每次考试的满分是 100 分），为了使平均成绩尽快达到 95 分以上，他至少还要连考_____次满分.

*10. 行行坚持跑步锻炼一周，第 7 天跑的距离比这一周的平均距离多 120 米，那么前 6 天的平均距离比这一周的平均距离少多少？

*11. 六次数学测验的平均分是 a. 后四次测验的平均分比 a 提高了 3 分，如果第二次比第一次多得 2 分，那么后五次平均分比 a 提高了多少分？

**12. 某校有 100 个人参加数学智力竞赛，平均成绩是 63 分，其中男生平均成绩为 60 分，女生平均成绩为 70 分，问男生比女生多多少人？

**13. 线线用一周时间看一本 90 页的故事集，前五天平均每天看 15 页，后三天平均每天看 10 页，那么线线第五天看了多少页？

**14. 小明上学期期末考试，数学、语文、英语三科的平均成绩是 92 分. 如果不算数学成绩两科平均成绩比三科的平均成绩低 2 分，而英语成绩比语文成绩高 4 分，问小明这三科考试成绩各是多少？

**15. 数学考试中，平平等 7 人的平均成绩是 78 分，其中最高分是 97 分，最低分是 64 分，平平得了 88 分，余下的 4 个人中有 3 个人得了相同的分数 ;在这 7 个人中, 分数不同的 5 个人的平均分数是 80 分. 其中还有一位同学与别人得分都不相同，这个同学的得分是多少分？

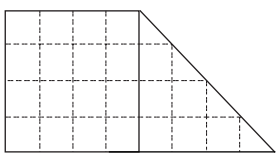
家庭作业

1. 求 2016201610、2016201611、2016201612 的平均数.

2. 10 个苹果平分给 12 个人，每个苹果最多平分成 5 块. 怎么分？（画图）

3. 计算：5÷7+8÷7+22÷7.

4. 请将图 5 分割成四个大小、形状完全相同的图形.（在图中用粗实线画出）



5. 一辆汽车给工厂运送原料，第一天运了 14 吨，第二天运了 15 吨，第三天上午运了 7 吨，下午运了 9 吨，则平均每天运料多少吨？

6. 小华期中考五个科目，如果数学成绩不算在内，平均分是 90 分.把数学成绩算进去，平均分是 92 分. 问小华数学成绩是多少？

7. 一次数学测验中，平平、行行、线线三人的平均成绩是 90 分，如果再加上好好的成绩, 这四人的平均成绩为 92 分. 问好好这次考了多少分？

8. 小林前几次数学测评的平均成绩是 86 分，这一次要得 100 分，才能把平均成绩提高到 88 分. 问这一次是第几次测评？



学习笔记

第八讲

巧解行程

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 平均速度

B. 画图解析行程

（2）前铺知识

A. 平均数（平均速度）　（三年级 · 春季）

B. 相遇、追及　（四年级 · 秋季）

（3）后续知识

A. 流水行船　（五年级 · 暑期）

B. 火车过桥　（五年级 · 秋季）

C. 倍数解行程　（六年级 · 暑期）

D. 比例解行程　（六年级 · 春季）

聪慧之路

A. 设具体值

B. 数形结合

课前加油站

平平和行行在同一条直线上行走，平平速度为 50 米/分钟，行行的速度为 30 米/分钟，两人本来相距 120 米，问同时出发 3 分钟后相距多少米？

新 课

组 一

*平均速度的求法

1. 刺猬在前 15 分钟跑完 260 米，然后又用 25 分钟跑完 540 米，求它全程的平均速度.

2. 旅游车在一段公路上行驶了 2 小时，每小时行 55 千米；然后在上坡路上行驶，用了 5 小时，每小时行 30 千米；最后用每小时 60 千米的速度下坡，用了 1 小时到达目的地. 求整段路中旅游车的平均速度.

3. 在一次爬山活动中，平平上山时每分钟走 50 米，18 分钟到达山顶，然后按原路下山，每分钟走 75 米. 问平平上、下山平均每分钟走多少米？

4. 在一次 100 米的赛跑中，行行前 40 米的平均速度为每秒 4 米，后 60 米的平均速度为每秒 6 米，求行行跑 100 米的平均速度是每秒多少米？

*5. 一车以每小时 100 千米的速度从甲地开往乙地，到达乙地后，又以每小时 60 千米的速度从乙地返回甲地. 问这辆汽车往返的平均速度是每小时多少千米？

*6. 汽车往返在甲、乙两地之间，从甲地去乙地时每小时行 30 千米；从乙地返回甲地时，每小时行 60 千米. 求汽车往返于甲、乙两地之间的平均速度.

**7. 有一座桥，过桥需要先上坡，再走一段平路，最后下坡，并且上坡、平路及下坡的路程相等. 某人骑自行车过桥时，上坡、走平路和下坡的速度分别为 40 米/秒、48 米/秒和 60 米/秒，求他过桥的平均速度.

**8. 平平从甲地去乙地，先走下坡路，平均速度是每小时 60 千米，再走平路，平均速度是每小时 48 千米，回来时平路速度不变，上坡速度是平均每小时 40 千米，已知小明往返共用 2 小时. 求甲、乙两地的路程.

**9. 小明从甲地到乙地，去时每小时走 2 千米，回来时每小时走 3 千米，来回共用了 5 小时. 问小明去时用了多长时间？

开心课间

有一个农夫到集市上去卖鸡蛋，第一个人买走了全部鸡蛋的一半还多半个，第二个人买了剩下鸡蛋的一半还多半个，第三个人又买了剩下鸡蛋的一半多半个，这时筐里鸡蛋正好卖完. 算一算：农夫一共拿了多少个鸡蛋去卖？

组二

*行程趣味题

1. 甲骑自行车每小时行 18 千米，乙步行每小时行 6 千米，如果两人同时在同一地方向同一方向出发，甲走了 48 千米到达某地后立即按原路返回，在途中和乙相遇. 问两人从出发到相遇共用了多少时间？

2. 甲、乙两人从相距 45 千米的 A、B 两地相向而行，甲每小时行 4 千米，乙每小时行 5 千米，两人相遇后继续前进，到达终点后又相继返回，问从出发经过几小时两人第二次相遇？

3. 甲、乙两车同时从 A、B 两地相向而行，在距 A 地 60 千米处第一次相遇. 各自到达对方出发地后立即返回，途中又在距 A 地 40 千米处相遇. 问 A、B 两地相距多少千米？

4. 甲、乙两车分别同时从 A、B 两地相对开出，第一次在离 A 地 95 千米处相遇．相遇后两车继续前进，到达目的地后又立刻返回，第二次在离 B 地 25 千米处相遇．求 A、B 两地间的距离．

5. 甲、乙两辆汽车同时分别从 A、B 两地相对开出，甲车每小时行 42 千米，乙车每小时行 45 千米．甲、乙两车第一次相遇后继续前进，甲、乙两车各自到达 B、A 两地后，立即按原路原速返回．两车从开始到第二次相遇共用 6 小时．求 A、B 两地的距离.

6. 甲、乙两人以匀速分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，他们第一次相遇地点离 A 地 4 千米，相遇后两人继续前进，走到对方出发点后立即返回，在距 B 地 3 千米处第二次相遇，求两次相遇地点之间的距离.

7. 甲、乙两人在相距 90 米的直路上来回跑步，甲的速度是每秒 3 米，乙的速度是每秒 2 米. 如果他们同时分别从直路两端出发，10 分钟内共相遇几次？

8. 甲、乙两人同时从两地相向而行. 甲每小时行 5 千米，乙每小时行 4 千米. 两人相遇时乙比甲少行 3 千米. 问两地相距多少千米？

9. 甲、乙两车同时从东、西两地相向而行，甲车每小时行 56 千米，乙车每小时行 48 千米，两车在离中点 32 千米处相遇，问东、西两地相距多少千米？

*10. 两条公路成十字交叉，甲从十字路口南 1350 米处向北直行，乙从十字路口处向东直行，两人同时出发 10 分钟后，离十字路口距离相等；两人仍保持原速继续直行，又过了 80 分钟，这时两人离十字路口的距离又相等. 求甲、乙两人的速度.

*11. 一条路上有 A、O、B 三个地点，O 在 A、B 之间，A 与 O 相距 1360 米. 甲、乙两人同时分别从 A 和 O 出发向 B 点行进. 出发 10 分钟后，甲、乙两人离 O 点距离相等；第 40 分钟甲、乙两人在 B 点相遇，那么 O 与 B 两点的距离是多少米？

**12. 上午 8 点 8 分，小明骑自行车从家里出发，8 分钟后，爸爸骑摩托车去追他，在离家 4 千米的地方追上了他. 然后爸爸立即回家，到家后又立刻回头去追小明，再追上小明的时候，离家恰好是 8 千米. 问这时是几点几分？

家庭作业

1．小明跑 100 米，用了 10 秒．求他的平均速度.

2．一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行驶 60 千米，9 小时到达；返回时每小时行驶 90 千米. 问这辆汽车平均每小时行驶多少千米？

3．汽车往返在甲、乙两地之间，从甲地去乙地时每小时行 30 千米；从乙地返回甲地时，每小时行 60 千米. 求汽车往返于甲、乙两地之间的平均速度.

4. 甲、乙两车分别同时从 A、B 两地相对开出，第一次在离 A 地 80 千米处相遇．相遇后继续前进到达目的地后又立刻返回，第二次在离 B 地 20 千米处相遇．求 A、B 两地间的距离.

5. 甲、乙两车分别同时从 A、B 两地相向而行，第一次在距 A 地 80 千米处相遇. 相遇后各自到达对方出发地后立即返回，途中又在距 A 地 40 千米处相遇. 求 A、B 两地相距多少千米.

6. 甲、乙两车分别同时从 A、B 两地相对开出，第一次在离 A 地 90 千米处相遇．相遇后继续前进到达目的地后又立刻返回，第二次在离 B 地 30 千米处相遇．求 A、B 两地间的距离.



学习笔记

第九讲

环形行程

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

环形行程

（2）前铺知识

A. 追及问题　　（四年级·秋季）

B. 相遇问题　　（四年级·秋季）

（3）后续知识

A. 倍数解行程　　（六年级·暑期）

B. 比例解行程　　（六年级·秋季）

聪慧之路

化归思想，数形结合思想

课前加油站

平平有一份紧急通知要送交行行，可行行到环形公路上练长跑去了．平平骑车赶到练长跑的出发地，行行已出发整整 1 个小时了．平平二话没说，骑车就追．现在知道环形公路全程 35 千米，行行长跑的速度为每小时 15 千米，平平骑车速度为每小时 25 千米．请你想一想，平平要找到行行，最少要多长时间？

新　课

组　一

1．一个圆形操场跑道的周长是 500 米，两个学生同时同地背向而行．平平每分钟走 66 米，行行每分钟走 59 米．问经过几分钟两人才能相遇？

2. 李老师和王老师沿着学校的环形林荫道散步，王老师每分钟走 55 米，李老师每分钟走 65 米. 已知林荫道周长是 480 米，他们从同一地点同时背向而行.

（1）经过多长时间两人第一次相遇？

（2）又经过多长时间两人第二次相遇？

（3）到第 10 次相遇时两人共走了几圈，共用了多长时间？

3．在周长为 2160 米的环形跑道上，小明和小花两人分别站在相距 1080 米的 A、B 两点，沿相反方向同时起跑，小明的速度是 240 米/分，小花的速度是 300 米/分．问几分钟后两人第一次相遇？再过多长时间第二次相遇？

4．在 300 米的环形跑道上，真真和线线同学同时同地起跑，如果同向而跑两人 2 分 30 秒相遇，如果背向而跑则半分钟相遇，求两人的速度各是多少．

5．小张和小王各以一定的速度，在周长为 500 米的环形跑道上跑步．小王的速度是 200 米/分．

（1）小张和小王同时从同一地点出发，反向跑步，1分钟后两人第一次相遇．问小张的速度是多少米/分？

（2）小张和小王同时从同一地点出发，同一方向跑步．问小张跑多少圈后才能第一次追上小王？

6．学校有一长 300 米的环形跑道，帅帅和胖胖同时从起跑线同向起跑，帅帅每秒跑 6 米，胖胖每秒跑 4 米．

（1）经过多久帅帅第一次追上胖胖？

（2）帅帅第一次追上胖胖时两人各跑了多少米？多少圈？

（3）帅帅第二次追上胖胖时，一共用了多长时间？

7. 真真和好好在操场上比赛跑步，真真每分钟跑 250 米，好好每分钟跑 210 米，一圈跑道长 800 米，他们同时从起跑点出发，那么真真第三次超过好好需要多少分钟？

开心课间

有一个人带着一只狼、一只羊和一筐菜要渡过河去，当这个人在时，狼不敢吃羊，羊不敢吃菜，渡河时这个人每次只能带一物过河．问怎样渡河才能使这个人、狼、羊、菜全渡过河去？



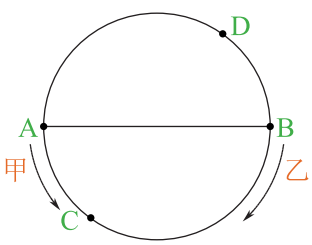
组二

1. 在环形跑道上，甲、乙两人在一处背靠背站好，然后开始跑，每隔 4 分钟相遇一次；如果两人同时从同处同向跑，每隔 20 分钟相遇一次，已知环形跑道的长度是 1600 米，甲的速度比乙快.

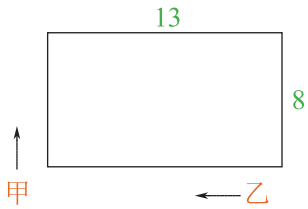
（1）甲、乙两人的速度分别是多少？

（2）现在两个人站在跑道上相距 400 米的地方同向出发，甲何时第一次追上乙？

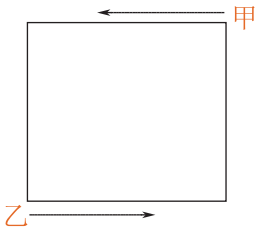
2. 甲和乙两人分别从圆形场地的直径两端点同时开始以匀速按相反的方向绕此圆形路线运动，当乙走了 100 米以后，他们第一次相遇，在甲走完一周前 60 米处两人第二次相遇. 求此圆形场地的周长？



**3. 如下图所示，一个长方形的房屋长 13 米，宽 8 米．甲、乙两人分别从房屋的两个墙角出发，甲每秒钟行 3 米，乙每秒钟行 2 米．问经过多长时间甲第一次看见乙？



**4. 如下图所示，某单位围墙外面的小路形成一个边长为 300 米的正方形．甲、乙 两人分别从两个对角处沿逆时针方向同时出发．如果甲每分钟走 90 米，乙每分钟走 70 米．那么经过多长时间甲才能看到乙？



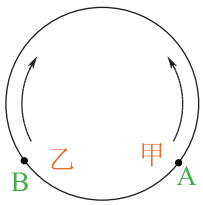
**5. 甲、乙、丙三人在湖边散步，三人同时从同一点出发，绕湖行走，甲的速度是每小时 5.4 千米，乙的速度是每小时 4.2 千米，她们两人同方向行走，丙与她们反方向行走，半个小时后甲和丙相遇，再过 5 分钟，乙与丙相遇．那么绕湖一周的行程是多少？

**6. 线线在 450 米长的环形跑道上跑一圈，已知她前一半时间每秒跑 5 米，后一半时间每秒跑 4 米，那么她跑后一半路程用了多少秒？

**7. 李老师和刘老师沿着学校的环形林荫道散步，李老师每分钟走 55 米，刘老师每分钟走 65 米. 已知林荫道周长是 480 米，他们从同一地点同时背向而行. 问在他们第 10 次相遇后，李老师再走多少米就可以回到出发点？

**8. 甲、乙两人骑自行车从环形公路上同一地点同时出发，背向而行.现在已知甲走一圈的时间是 70 分钟，如果在出发后 45 分钟甲、乙两人相遇，那么乙走一圈的时间是多少分钟？

**9. 两辆电动小汽车在周长为 360 米的圆形道上连续行驶，甲车每分钟行驶 20 米．甲、乙两车同时分别从相距 90 米的 A、B 两点相背而行，相遇后乙车立即返回，甲车不改变方向，当乙车到达 B 点时，甲车过 B 点后恰好又回到 A 点．此时甲车立即返回（乙车过 B 点继续行驶），再过多少分钟与乙车相遇？

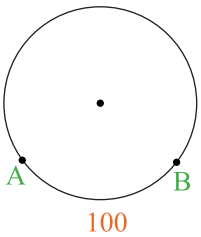


家庭作业

1. 一条环形跑道长 400 米，甲骑自行车每分钟骑 450 米，乙跑步每分钟跑 250 米，两人同时从同地同向出发，经过多少分钟两人相遇？

2. 甲、乙两人在周长为 220 米的环形跑道的两端背向而行练习跑步，甲、乙相距 110 米，已知甲的速度是每秒 6 米，乙的速度是每秒 4 米，问甲、乙第一次相遇时用了多少秒？

3. 如下图所示，在 400 米的环形跑道上，A，B 两点相距 100 米. 甲、乙两人分别从 A、B 两点同时出发，按逆时针方向跑步. 甲每秒跑 5 米，乙每秒跑 4 米. 问甲用多长时间第一次追上乙？



4. 在 400 米的环形跑道上，甲、乙两人同时同地起跑，如果同向而行 200 秒相遇，如果背向而行 40 秒相遇，已知甲比乙快. 求甲、乙的速度各是多少.

5. 一个圆形操场跑道的周长是 900 米，两个学生同时从相距 450 米的 A、B 两地出发，背向而行，已知甲的速度是 55 米/分，乙的速度是 35 米/分.

（1）经过多久两人第一次相遇？

（2）再过多久两人第二次相遇？

*（3）到第 10 次相遇时两人一共用了多少分钟？



学习笔记

第十讲

抽屉原理

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 简单抽屉原理

B. 最不利原则

C. 构造简单抽屉

（2）前铺知识

枚举法　　（三年级 · 春季）

（3）后续知识

构造与论证　　（六年级 · 秋季）

聪慧之路

枚举、最不利原则

课前加油站

A：抢椅子

B：课前热身

1. 刘帅帅买了三只苹果，想要 2 天吃完，他有几种不同吃法？

2. 光头强在家里探险的时候找到了一个上了锁的箱子和五把钥匙，他需要试几次才能保证打开这个箱子？

新 课

组 一

*抽屉原理学名叫作迪里赫勒原理，是由德国数学家迪里赫勒（1805～1859年）首先在数学证明中加以使用的.

*抽屉原理（鸽笼原理）：将 n+1 个物体放入 n 个盒子中，则至少有一个盒

子中有两个或更多的物体.

*把 $m\times n+1$ 个苹果放到 n 个抽屉里，则至少有一个抽屉放入不少于 $m+1$ 个苹果.

*应用抽屉原理解题时，要分清什么是“物体”，什么是“抽屉”，它们的数目各有多少.

1. 把 4 个苹果放入 3 个抽屉可以怎么放？

2. 把 4 个苹果放入 3 个抽屉，要求每个抽屉里都有苹果，可以怎么放？

3. 把 5 个苹果放入 3 个抽屉，要求每个抽屉里都有苹果，可以怎么放？

4. 一个小组共有 13 名同学，其中至少有 2 名同学同一个月过生日，为什么？

5. 在今年入学的一年级新生中有 370 多人是在同一年出生的. 试说明：他们中至少有几个人是在同一天出生的？

6. 用五种颜色给正方体各面涂色（每面只涂一种色），请你说明：至少会有两个面涂色相同.

7. 把十只小兔放进至多几个笼里，仍能保证至少有一个笼里有两只或两只以上的小兔.

8. 体育组有足球、篮球和排球，上体育课前，老师让 11 名同学往操场拿球，每人最多拿两个，可以不拿，则至少有几个同学拿球的情况完全一样？

9. 篮子里有苹果、梨、桃和桔子，如果每个小朋友都从中任意拿两个水果，那么至少有多少个小朋友，才能保证至少有两个小朋友拿的水果完全一样？

10. 在任意的 37 人中，至少有几人的属相相同？

**11. 某超级市场有 128 箱苹果. 每箱至少有 120 个，至多有 144 个，装苹果个数相同的箱子称为一组，其中数量最多一组的箱子个数为 n. 那么 n 的最小值是_____.

**12. 现有足够多的苹果、桔子、梨三种水果，最少要分成多少堆才能保证找得到每堆都有苹果、桔子、梨三种水果的两堆，并且把这两堆合并后这三种水果的个数都是偶数？

开心课间

抽屉问题动画

组二

*在日常生活中，我们常常会遇到求最大值或最小值的问题，解答这类问题，常常需要从最糟糕的情况出发分析问题，这就是最不利原则.

1. 有黄、白、绿三种颜色的筷子各 8 根，把它们混放在一个口袋中，如果

要从口袋中摸筷子，问：

（1）至少要摸出多少根才能保证取出 1 双颜色相同的筷子？

（2）至少要摸出多少根才能保证摸出颜色不同的两双筷子？

（3）至少要摸出多少根才能保证摸出两双颜色相同的筷子？

2. 有规格尺寸相同的 5 种颜色的袜子各 15 只混装在箱内，试问不论如何取，从箱中至少取出多少只就能保证有 3 双袜子（袜子无左、右之分）？

3. 将 1 只白袜子、2 只黑袜子、3 只红袜子、8 只黄袜子和 9 只绿袜子放入一个布袋里. 请问：

（1）一次至少要摸出多少只袜子才能保证一定有颜色相同的两双袜子？

（2）一次至少要摸出多少只袜子才能保证一定有颜色不同的两双袜子？（两只袜子颜色相同即为一双）

4. 一副扑克牌共 54 张，其中有 2 张王牌，还有黑桃、红心、草花和方块 4 种花色的牌各 13 张. 那么至少从中摸出多少张牌，才能保证：

（1）在摸出的牌中有黑桃？

（2）在摸出的牌中有两种花色？

（3）在摸出的牌中有“一对”？

5. 一个布袋中有 35 个同样大小的木球，其中白、黄、红三种颜色的球各有 10 个，另外还有 3 个蓝色球、2 个绿色球，试问一次至少取出多少个球，才能保证取出的球中至少有 4 个是同一颜色的球？

6. 有一叠包含 20 张红色、20 张黄色、20 张绿色和 10 张蓝色的纸牌．请问至少要抽取多少张纸牌，才能保证其中有 12 张纸牌的颜色相同？

7. 一个不透明的袋中放有黑、黄、红、绿颜色的手套各 8 只，不许用眼看，则至少要从袋中取出_____只手套才能保证配成 5 双（一双是指同颜色的两只手套，不分左右手）.

*8. 有一个大口袋，里面装着许多球，每个球上写着一个数字. 其中写 0 的有 1 个，写 1 的有 2 个，写 2 的有 3 个，……，写 9 的有 10 个. 如果闭着眼睛从袋中取球，那么至少要取出多少个球，才能保证取出的球中必有 3 个，它们上面的数字恰好组成 678？（考虑“9”倒过来看是“6”）

*9. 某次数学、英语测试，所有参加测试者的得分都是自然数，最高得分 198，最低得分 169，没有得 193 分、185 分和 177 分的，并且至少有 6 人得同一分数，则参加测试的至少有_____人.

**10. 一次数学竞赛出了 10 道选择题，评分标准为：基础分 10 分，每道题答对得 3 分，答错扣 1 分，不答不得分. 问：要保证至少有 4 人得分相同，至少需要多少人参加竞赛？

家庭作业

1. 行行玩掷骰子游戏，最少掷_____次，才能保证掷出骰子点数至少有两次相同.

2. 45 个同学中必有_____位同学在同一个月过生日.

3. 某校同学的年龄最大 16 岁，最小 9 岁，至多需从同学中挑选多少名，就一定找到两名同学岁数相同？

4. 某幼儿班有 40 名小朋友，现有各种玩具 122 件，把这些玩具全部分给小朋友，是否会有小朋友得到 4 件或 4 件以上的玩具？

5. 把重量、大小都一样，只有颜色不同的红、白、黑三种小球混在一起，已知其中有红球 12 个，白球 10 个，黑球 15 个.
 （1）最少一次摸出____个球，才能保证其中至少有 1 个白球.
 （2）最少一次摸出____个球，才能保证其中至少有 2 个球颜色一样.
 （3）最少一次摸出____个球，才能保证其中至少有 2 个球颜色不一样.
 （4）最少一次摸出____个球，才能保证其中至少有 3 个球颜色不一样.

6. 在一副扑克牌中，

（1）最少要拿出多少张，才能保证在拿出的牌中四种花色都有？

（2）至少要拿出几张才能保证有一张“A”？

（3）至少要拿出几张才能保证有一张“红桃 K”？

（4）至少要抽取几张牌，方能保证至少有 3 种花色？

7. 篮子里有苹果、梨、桃和桔子，现有 89 个小朋友，如果每个小朋友都从中任意拿两个水果，那么至少有多少个小朋友拿的水果是相同的？



学习笔记

第十一讲

分数的初步认识

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

A. 初步认识分数，理解分数的意义

B. 根据分数的意义比较分数的大小

C. 分数的基本性质

D. 初步掌握分数的加减法

（2）前铺知识

A. 除法的本质　　（二年级 · 秋季）

B. 平均数（一）　　（三年级 · 春季）

C. 平均数（二）　　（四年级 · 春季）

（3）后续知识

A. 分数的意义　　（六年级 · 暑期）

B. 分数的大小比较　　（六年级 · 暑期）

C. 分数简算　　（六年级 · 秋季）

课前加油站

巧配礼物——分数的读法

新　课

组　一

*分数的意义

*分数的比较大小

1．把分数和对应图连起来.（有游戏）



2. 将单位“1”平均分成5份，取其中的2份，用分数表示为（　　），这个分数的分子是（　　），分母是（　　），它的分数单位是（　　）.

3. $\frac{5}{8}$表示的意义是将单位“1”平均分成（　　）份，取其中的（　　）份，它的分数单位是（　　）.

4. 把一块月饼平均切成4块，取其中的1块，这一块占总数的几分之几？取3块占总数的几分之几？它的分数单位是多少？有多少个这样的分数单位？

5. 比较下列分数的大小.（用几何画板讲）

$\frac{1}{4}(\)\frac{3}{4}$　　$\frac{3}{7}(\)\frac{5}{7}$　　$\frac{7}{9}(\)\frac{5}{9}$　　$\frac{3}{10}(\)\frac{7}{10}$

$\frac{3}{10}(\)\frac{3}{7}$　　$\frac{5}{6}(\)\frac{5}{7}$　　$\frac{4}{11}(\)\frac{4}{9}$　　$\frac{2}{9}(\)\frac{2}{7}$

开心课间

神父的诡计

一艘不大的船只在海上遇到了风暴，摆在船上25位乘客面前的路只有两条：要么全部乘客与船只同归于尽；要么牺牲一部分人的生命，把他们抛进大海，减轻船的载重量，船及其他人还有得救的可能，但是这样做至少得把一半以上

的人抛进海里. 大家都同意走第二条路，然而谁也不愿意自动跳到海里. 乘客里有 11 个基督徒，其中一个是神父，于是大家就公推神父出主意. 奸诈的神父想了一下，就让大家坐成一个圆形，并且从他开始依次按“ 1、2、3 ”报数，他规定报到“ 3 ”的人就被抛进海里，下一个继续由“ 1 ”报起，同时声称这是上帝的旨意，大家的命运由上帝来安排，不得抗拒. 结果有 14 个人被抛到海里，而剩下的 11 个人全部都是基督徒. 大难不死的其他 10 个基督徒突然醒悟，原来是神父的诡计救了他们.

请你想一想，这 11 个人应该在什么位置，才可以避免被抛到海里去呢？

组 二

*分数的基本性质

1. $10\div2=$　　$100\div20=$　　$1000\div200=$

 $600\div300=$　　$60\div30=$　　$6\div3=$

2. 分数的基本性质是分数的分子和分母同时乘或者除以相同的数（0 除外），分数的大小不变. 根据此性质，我们可以写出如下的式子：$\frac{3}{5}=\frac{3\times2}{5\times2}=\frac{6}{10}$，仿照此形式，在下面的括号内填入适当的数.

 $\frac{1}{5}=\frac{1\times3}{(\quad)\times3}=\frac{3}{(\quad)}$　　$\frac{3}{7}=\frac{(\quad)}{21}$　　$\frac{3}{7}=\frac{6}{(\quad)}$

$\frac{10}{15}=\frac{10\div5}{(\)\div5}=\frac{2}{(\)}$　　$\frac{10}{50}=\frac{(\)}{5}$　　$\frac{80}{100}=\frac{8}{(\)}=\frac{(\)}{5}$

3．计算下列各式.（有游戏）

$\frac{1}{7}+\frac{4}{7}=$　　$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=$　　$\frac{6}{7}+\frac{1}{7}=$

$\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=$　　$\frac{6}{7}-\frac{1}{7}=$　　$\frac{5}{7}+\frac{4}{7}-\frac{2}{7}=$

*4. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=$　　$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$　　$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=$

**5．比较下列分数的大小.（有游戏）

$\frac{3}{5}(\)\frac{6}{9}$　　$\frac{3}{5}(\)\frac{7}{10}$　　$\frac{3}{8}(\)\frac{1}{4}$　　$\frac{6}{7}(\)\frac{12}{13}$

组三

*分数意义和实际生活的结合

**1．平平所在班有 38 人，他说我们班$\frac{1}{7}$的人获“平行线杯”一等奖可能吗？为什么？

**2. 行行所在班有$\frac{1}{7}$的人获“平行线杯”一等奖、$\frac{1}{8}$的人获二等奖. 问这个班至少有多少人？

**3. 线线看一本 500 页的故事书，他每天看全书的$\frac{1}{10}$，每天看多少页？

**4. “同学们，这儿埋着丢番图的骨灰. 下面的数据可以告诉你他一生的寿命究竟有多长. 他生命的$\frac{1}{6}$是幸福的童年. 又活了$\frac{1}{12}$，颊上长起了细细的胡须. 然后丢番图结了婚，可是还不曾有孩子. 这样又度过了一生的$\frac{1}{7}$. 再过五年，他有了儿子，感到很幸福. 可是命运给这孩子在世界上的光辉的生命只有他父亲的一半. 打从儿子死后，这老头在深深的悲痛中活了 4 年，也结束了尘世的生涯.”请问丢番图活了多大的年龄才和死神相见？

家庭作业

1．填空

（1）将单位“1”平均分成8份，取其中的3份，用分数表示为_____，这个分数的分子是_____，分母是_____，它的分数单位是_____.

（2）$\frac{2}{5}$表示的意义是将单位“1”平均分成_____份，取其中的_____份，它的分数单位是_____.

（3）动手分一下、涂一涂.



$\frac{1}{4}$　　$\frac{1}{2}$　　$\frac{1}{6}$　　$\frac{1}{3}$

2．计算

$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=$　　$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$　　$\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=$

$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=$　　$\frac{6}{11}-\frac{1}{11}=$　　$\frac{5}{9}+\frac{4}{9}-\frac{2}{9}=$

3．比较大小

$\frac{1}{5}$（　）$\frac{3}{5}$　　$\frac{3}{11}$（　）$\frac{5}{11}$　　$\frac{7}{13}$（　）$\frac{5}{13}$

$\frac{3}{17}$()$\frac{7}{17}$　　$\frac{3}{11}$()$\frac{3}{8}$　　$\frac{5}{6}$()$\frac{5}{9}$

$\frac{4}{7}$()$\frac{4}{9}$　　$\frac{2}{5}$()$\frac{2}{3}$

4．根据分数的性质填一填

$\frac{1}{9}=\frac{1\times3}{(\)\times3}=\frac{3}{(\)}$　　$\frac{3}{7}=\frac{(\)}{62}$　　$\frac{3}{7}=\frac{6}{(\)}$　　$\frac{1}{(\)}=\frac{15}{30}$

$\frac{10}{30}=\frac{10\div10}{(\)\div10}=\frac{1}{(\)}$　　$\frac{20}{50}=\frac{(\)}{5}$　　$\frac{40}{100}=\frac{4}{(\)}=\frac{(\)}{5}$

学习笔记

第十二讲

奇偶分析（二）

预　习

知识 GPS

（1）本讲内容

奇偶分析的应用

（2）前铺知识

奇偶分析（一）　　（二年级·秋季）

（3）后续知识

A. 不定方程　　（五年级·秋季）

B. 数论　　（五年级·春季）

聪慧之路

奇偶分析

课前加油站

倍数射击（认识奇数、偶数）

新　课

组　一

1．小明不小心将墨水泼在了下面的卡片上，卡片上的一些数看不见了，小朋友们你能猜猜，这些数可能是多少吗？

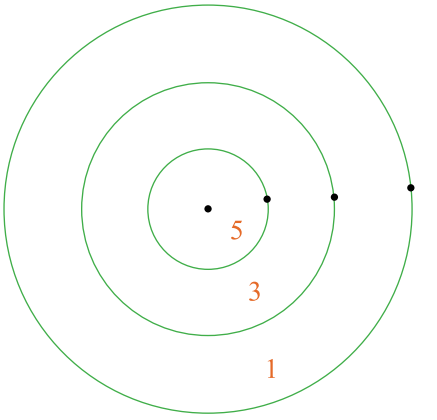
4＋（　　）=偶数	9－（　　）=偶数
20＋（　　）=奇数	17－（　　）=奇数
5×（　　）=奇数	13×（　　）=偶数
4×（　　）=偶数	96×（　　）=偶数

2．投飞镖游戏.

（1）小朋友，你能投掷 3 次，总分达到 8 分么？

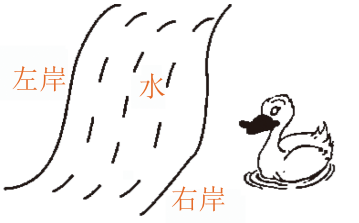
（2）你能投掷 4 次，总分达到 13 分么？

（3）你能投掷 5 次，总分达到 18 分么？



3．一只小鸭在小河的两岸之间来回地游，从一个岸边游到另一个岸边叫游一次．请回答下面的问题．

（1）如果小鸭最初在右岸，来回游若干次之后，它又回到右岸，那么这只小鸭游的次数是奇数还是偶数？



（2）如果小鸭最初在右岸，来回游 91 次后，小鸭在左岸还是右岸？

4．晚上妈妈下班回到家，本来拉一次开关，灯就应该亮，但是妈妈连拉了5次开关，你知道这时灯是亮还是不亮吗？拉2016次呢？

5．1+3+5+7+9+11+13+…+49的和是奇数还是偶数？

6．a、b、c三个数的和与它们的积的和为奇数，问这三个数中有几个奇数？

*7．是否存在自然数a和b，使得$ab(a+b)=115$？

*8. 是否存在自然数 a、b、c，使得$(a-b)(b-c)(a-c)=45327$？



渡河：三个侦查兵（游戏）

三个侦查兵要过河去，桥被毁了，河水又冷又深，怎么办呢？这时候，他们发现有两个小孩驾驶一条小船向岸边划来. 可是，船太小了，每次只能渡一个战士，或者两个小孩. 后来，战士们都渡过河去了，用的就是这条小船. 请问他们是怎样渡过去的呢？

组二

1. 有 5 件商品的标价分别是 1 元、3 元、5 元、7 元、9 元. 甲说：“我买了其中的 4 件，共付 21 元.”. 乙说：“我买了其中的 3 件，共付 21 元.”已知甲、乙有一人说的是实话，那么说假话的是_____，理由是_____.

2. 一队少年儿童不超过 50 人，围成一圈作游戏. 每个儿童左、右相邻的都恰好是一个男孩、一个女孩. 问这队少年儿童最多有多少人？为什么？

3. 沿着河岸长着 8 丛植物，相邻两丛植物上所结的浆果数目相差 1 个. 问 8 丛植物上能否一共结有 225 个浆果？说明理由.

4. 你能不能将自然数 1～9 分别填入 3×3 的方格表中，使得每一行中的三个数之和都是偶数？

5. 能否在下面的□中填入“＋”“-”使等式成立？

1□2□3□4□5□6□7□8□9=10

6. 桌上放着四只杯口朝下的杯子，每次翻动三只. 问能否将四只杯子全变成杯口朝上？如能，怎样翻？



7. 桌上放着五只杯口朝下的杯子，每次翻动四只. 问能否将五只杯子全变成杯口朝上？如能，怎样翻？



8. 某校举行速算比赛，试题共有 40 道，评分标准是：答对一题得 3 分，不答给 1 分，答错一题扣 1 分. 证明该校无论多少人参加比赛，所有参赛学生的得分总和一定是偶数.

9. 在黑板上写出 3 个自然数，然后任意擦去一个，换成其他两数之和，这样连续多次，最后得到 46、74、120，问原来写的三个自然数能否是 3、5、7？

10. 有一本 500 页的书，从中任意撕下 20 页纸，这 20 页纸上的所有页码之和能否是 1999？

*11. 有一本 500 页的书，从中任意撕下 20 页纸，这 20 页纸上的所有页码之和能否是 200？

*12. 奇妙国有一台神奇的机器，放 1 枚金币进去，可以换出 5 枚银币．放 1 枚银币进去，可以换出 5 枚金币．现在小机灵有 1 枚金币，他希望使用这一机器，经若干次兑换后，得到相同数量的金币和银币．他的愿望能实现吗？

*13. 箱子里有黑、白棋子各 50 枚．每次从中取出 2 枚，如果取出的是同一种颜色的棋子，则向箱子里放 1 枚黑棋子；如果不是同一种颜色的棋子，则向箱子里放 1 枚白棋子．经过 99 次取放，箱子中还剩_____枚棋子，它是_____色．

*14. 在左下表中，有公共边的两格内的数同时加上 1 或同时减去 1 叫做一次操作．经过有限次操作后由左下表变为右下表，那么右下表中 A 处的数是_____.

1	0	1
0	1	0
1	0	1

→

A	2010	2010
2010	2010	2010
2010	2010	2010

家庭作业

1．填空

（1）奇数+（　　）=偶数　　（　　）+偶数=偶数

（　　）+（　　）=奇数

（2）奇数个奇数的和是（　　）

偶数个奇数的和是（　　）

（3）11-（　　）=偶数

（4）30+（　　）=奇数　　29-（　　）=奇数

（5）7×（　　）=奇数　　8×（　　）=偶数

（6）9×（　　）=偶数　　96×（　　）=偶数

（7）5+23+（　　）=偶数　　15+13+（　　）=奇数

2．1+3+5+7+9+11+13+…+99 的和是奇数还是偶数？

3．五个数的乘积是奇数，问这五个数中有几个奇数？

4．有 10 件商品的标价分别是 1 元，3 元，5 元，7 元，9 元，11 元，13 元，27 元，79 元，115 元．甲说：“我买了其中的 4 件，共付 50 元．”乙说：“我买了其中的 5 件，共付 54 元．”已知甲、乙有一人说的是实话．判断：甲、乙有没有人说谎？请说明理由．

5．有一本 100 页的书，从中任意撕下 15 张纸，这 15 张纸上的所有页码之和能否是 500？

6. 桌上放着 7 只杯口朝下的杯子，每次翻动 4 只. 问能否将 7 只杯子全变成杯口朝上？如能，怎样翻？

7. 任意选出 1234 个连续的自然数，它们的总和是奇数还是偶数？



学习笔记

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为；歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：（010）88254396；（010）88258888

传　　真：（010）88254397

E-mail：　dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路 173 信箱

　　电子工业出版社总编办公室

邮　　编：100036